

§6.0 不等式が表す図形

xy 座標平面において、例えば、 $y = x^2$ となる点 (x, y) の全体

$$\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid y = x^2 \}$$

を、方程式 $y = x^2$ が表す図形といたしました。同様に、 xy 座標平面において、例えば、 $y > x^2$ となる点 (x, y) の全体

$$\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid y > x^2 \}$$

を、不等式 $y > x^2$ が表す図形とといいます。任意の実数 (u, v) について、

点 (u, v) が不等式 $y > x^2$ が表す図形に属す

$$\iff (u, v) \in \{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid y > x^2 \}$$

$$\iff v > u^2 .$$

例題 xy 座標平面において不等式 $4x < y^2$ が表す図形を D とおく：

$$D = \{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 4x < y^2 \} .$$

xy 座標平面の5個の点 $(0, -1)$, $(1, 2)$, $(-1, 0)$, $(2, -2)$, $(-2, 1)$ のうち、図形 D に属すものを全て挙げる。

【解説】 実数 x, y について、

$(x, y) = (0, -1)$ のとき $4x = 0$, $y^2 = 1$ より $4x < y^2$ なので $(0, -1) \in D$,

$(x, y) = (1, 2)$ のとき $4x = 4$, $y^2 = 4$ より $4x \not< y^2$ なので $(1, 2) \notin D$,

$(x, y) = (-1, 0)$ のとき $4x = -4$, $y^2 = 0$ より $4x < y^2$ なので $(-1, 0) \in D$,

$(x, y) = (2, -2)$ のとき $4x = 8$, $y^2 = 4$ より $4x \not< y^2$ なので $(2, -2) \notin D$,

$(x, y) = (-2, 1)$ のとき $4x = -8$, $y^2 = 1$ より $4x < y^2$ なので $(-2, 1) \in D$.

領域 D に属す点は $(0, -1)$ と $(-1, 0)$ と $(-2, 1)$ とである。

問題 6.0 xy 座標平面において不等式 $5x + 3 < y^3$ が表す図形を E とおく：

$$E = \{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 5x + 3 < y^3 \} .$$

xy 座標平面の5個の点 $(0, 1)$, $(1, -2)$, $(-1, 0)$, $(2, -1)$, $(-2, 2)$ のうち、図形 E に属すものを全て挙げなさい。

座標平面において不等式が表す図形は、多くの場合、曲線（直線を含む）を境とする広がりがある図形になります。このような図形を**領域**とといいます¹⁾。そして、領域の境の曲線、つまり領域の縁になる曲線を、その領域の**境界**とといいます。

¹⁾ “領域”とは今のところ曖昧で漠然とした言葉です。数学的にきちんと定義された言葉ではありません。“領域”の厳密な定義もありますが、それは高専で学ぶの数学の内容に含まれません。