

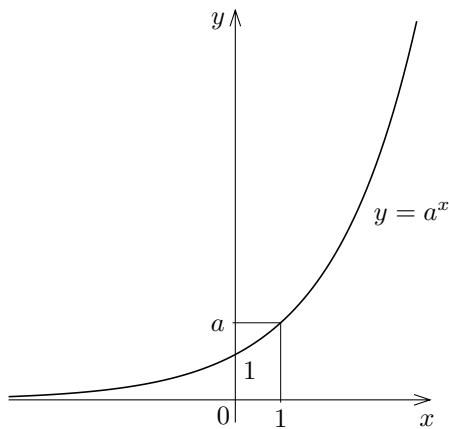
§0.6 指数関数

定数 a は実数で $a > 0$ かつ $a \neq 1$ とします. 任意の実数 x に対して a の冪 a^x の値が定まります. 実数 x に x を指数とする冪 a^x を対応させる関数を, a を底とする**指数関数** (exponential function) といいます. 任意の実数 x に対して指数関数の値 a^x が決まりますから, 指数関数 a^x は実数全体を定義域にすることができます. 以後, 指数関数を扱うとき, 特に断りがない限り, 定義域は実数全体であるとします.

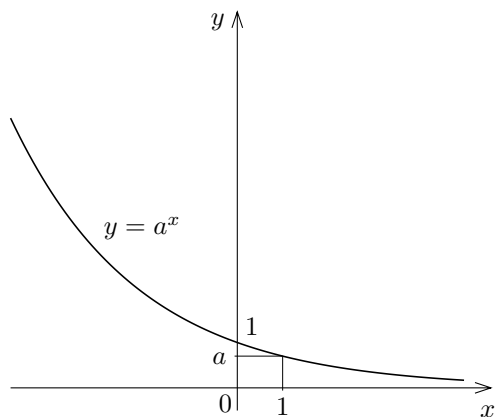
冪関数と指数関数との違いに注意して下さい. 冪関数では底が変数で指数が定数であり, 指数関数では指数が変数で底が定数です. 定数 p と a ($a > 0, a \neq 1$) とに対して次のようになります:

指数は定数 ↓	指数は変数 ↓
指数が p の冪関数は x^p ,	底が a の指数関数は a^x .
↑ 底は変数	↑ 底は定数

定数 a は実数で $a > 0, a \neq 1$ とします. $a > 1$ のときと $0 < a < 1$ のときに分けて, xy 座標平面において指数関数 $y = a^x$ のグラフを描きます. $a^0 = 1, a^1 = a$ ですから, $y = a^x$ のグラフは点 $(0, 1)$ と点 $(1, a)$ とを通ります. 指数関数 $y = a^x$ のグラフは限りなく x 軸に近付いていきますが, x 軸に接することはありません. つまり, x 軸は $y = a^x$ のグラフの漸近線です.



$a > 1$ のときの $y = a^x$ のグラフ



$0 < a < 1$ のときの $y = a^x$ のグラフ

グラフから分かるように次の定理が成り立ちます.

定理0.6 定数 a は実数で $a > 0$ かつ $a \neq 1$ とする. 実数全体を定義域とする指数関数 a^x の値域は区間 $(0, \infty)$ である. また, 指数関数 a^x は, $a > 1$ のとき単調増加であり, $0 < a < 1$ のとき単調減少である.