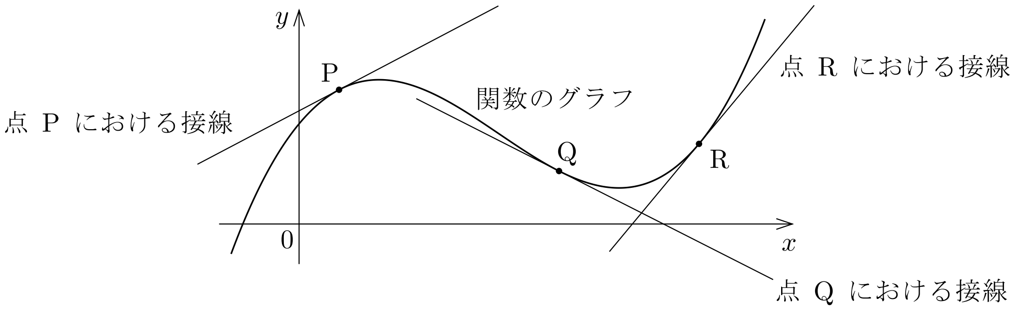
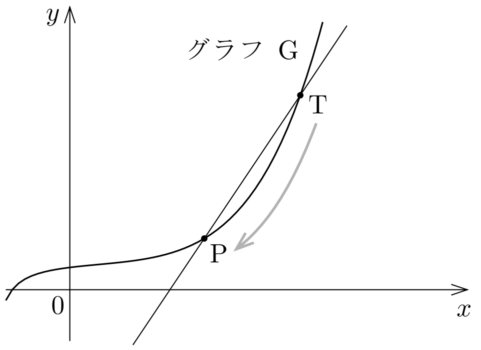
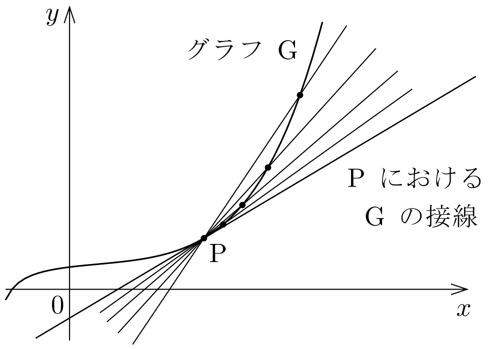
§2.6　微分係数の図形的意味

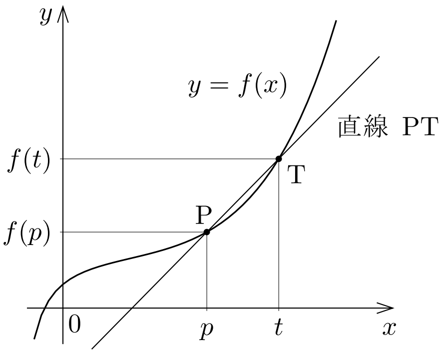
直感的にいうと，関数のグラフの接線とはグラフに“接する”直線のことです．



座標平面における関数のグラフ G に属す定点 P に対して，G に属す動点[6] T (T$\neq$P) をとります；この動点 T を限りなく P に近づけるとき，直線 PT がある 1 本の直線 L に限りなく近づくならば，この直線 L を点 P におけるグラフ G の**接線** (tangent) といい，点 P を**接点**といいます．







関数 f は定義域の実数 p において微分可能であるとします． xy 座標平面において $y=f(x)$ のグラフを考えます． $t\neq p$ となる定数 p と変数 t とに対して，グラフに属す 2 点 $\mathrm{P}=\big(p,f(p)\big)$ と $\mathrm{T}=\big(t,f(t)\big)$ とをとり，直線 PT を引きます． 直線 PT の傾きは $\dfrac{f(t)-f(p)}{t-p}$ です． $t\to p$ のとき，グラフに属す動点 T は定点 P に限りなく近づきます；このときの直線 PT の極限が G の P における接線です． つまり，グラフの点 P における接線は，直線 PT の $t\to p$ のときの極限です． 従って，グラフの点 P における接線の傾きは，直線 PT の傾き $\dfrac{f(t)-f(p)}{t-p}$ の $t\to p$ のときの極限値 $\displaystyle\lim_{t\to p}\frac{f(t)-f(p)}{t-p}$ です． この極限値は p における関数 f の微分係数です．

$$
\begin{array}{rl}
 & \text{直線 PT} \cdots \text{傾き } \dfrac{f(t)-f(p)}{t-p} \\
t\to p \text{ とする} & \Big\Downarrow \text{ 動点 T は定点 P に限りなく近づく} \\
 & \text{点 P における接線} \cdots \text{傾き } \displaystyle\lim_{t\to p}\frac{f(t)-f(p)}{t-p} = (p \text{ における関数 } f \text{ の微分係数})
\end{array}
$$

よって， $y=f(x)$ のグラフの点 $\mathrm{P}=\big(p,f(p)\big)$ における接線の傾きは，p における f の微分係数です．

> 関数 f が定義域の実数 p において微分可能であるとき，p における f の微分係数は f のグラフの点 $\big(p,f(p)\big)$ における接線の傾きである．

---

[6] 定点 P とは一つの定まった点を表す定数で，動点 T とはいろいろな点を表す変数です．