

第6章の補遺1 微分積分と物理量

微分係数及び定積分の概念を用いて様々な物理量が定式化されます。その内の幾つかを紹介します。

物体が一直線上を運動しているとします。時刻 t における物体の、位置を表す関数を $x(t)$ と、速度を表す関数 $v(t)$ とおきます。2.5節で述べたように速度は位置を時刻で微分したものですから、

$$v(t) = \frac{d}{dt}x(t) .$$

従って、微分積分の基本定理より、時刻を表す実数 a, b に対して、

$$x(b) - x(a) = \int_a^b v(t) dt .$$

このように、速度を定積分すると位置の変化（変位）が求められます。

$$\begin{array}{ccc} & \xrightarrow{\text{時刻で微分}} & \\ \text{変位} & & \text{速度} \\ & \xleftarrow{\text{時刻で定積分}} & \end{array}$$

列車の走行速度を定積分すると走行距離が求められるようである — というようなことを6.0節の最後で述べました。実際、上に述べた変位と速度の関係を列車の走行に適用すると次のようになります。

$$\begin{array}{ccc} & \xrightarrow{\text{時刻で微分}} & \\ \text{走行距離} & & \text{走行速度} \\ & \xleftarrow{\text{時刻で定積分}} & \end{array}$$

上に述べたように変位を時刻で微分したものが速度ですが、更に速度を時刻で微分すると加速度になります。従って、微分積分の基本定理より、加速度を時刻で定積分すると速度が求められます。

$$\begin{array}{ccc} & \xrightarrow{\text{時刻で微分}} & \\ \text{速度} & & \text{加速度} \\ & \xleftarrow{\text{時刻で定積分}} & \end{array}$$

仕事量の時刻に対する変化率を仕事率といいます。つまり、仕事量を時刻で微分したものが仕事率であり、従って仕事率を時刻で定積分したものが仕事です。

$$\begin{array}{ccc} & \xrightarrow{\text{時刻で定積分}} & \\ \text{仕事率} & & \text{仕事量} \\ & \xleftarrow{\text{時刻で微分}} & \end{array}$$

物体に力を加えて直線的に動かしたとき、物体に加えられた力を変位で定積分したものが、物体を動かすのに必要なエネルギーです。

$$\begin{array}{ccc} & \xrightarrow{\text{変位で定積分}} & \\ \text{力} & & \text{エネルギー} \\ & \xleftarrow{\text{変位で微分}} & \end{array}$$

物体に加えられた力を時刻で定積分したものが、物体に加えられた力積です。

$$\begin{array}{ccc} & \xrightarrow{\text{時刻で定積分}} & \\ \text{力} & & \text{力積} \\ & \xleftarrow{\text{時刻で微分}} & \end{array}$$

電線を通る電流を時刻で定積分すると、電線を通った電気量が求められます。

$$\begin{array}{ccc} & \xrightarrow{\text{時刻で定積分}} & \\ \text{電流} & & \text{電気量} \\ & \xleftarrow{\text{時刻で微分}} & \end{array}$$

電気回路が消費する電力を時刻で定積分すると、電気回路が消費した電力量が求められます。

$$\begin{array}{ccc} & \xrightarrow{\text{時刻で定積分}} & \\ \text{電力} & & \text{電力量} \\ & \xleftarrow{\text{時刻で微分}} & \end{array}$$