

§ 2.3 関数の極限の性質

問題 2.3.1

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \left(\frac{\sin x}{3} - \sqrt{3} \cos x \right) = \frac{\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \sin x}{3} - \sqrt{3} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \cos x = \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{3} - \sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{6} - \frac{3}{2} = -\frac{4}{3} .$$

問題 2.3.2

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{7}} \{(x^2 + 1) \log_7 x\} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{7}} (x^2 + 1) \cdot \lim_{x \rightarrow \sqrt{7}} \log_7 x = (\sqrt{7}^2 + 1) \log_7 \sqrt{7} = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4 .$$

問題 2.3.3

余弦関数 $\cos x$ は連続なので,

$$\lim_{t \rightarrow \frac{3}{2}} \cos \frac{\pi t^2}{3} = \cos \left(\lim_{t \rightarrow \frac{3}{2}} \frac{\pi t^2}{3} \right) = \cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}} .$$

問題 2.3.4

逆正接関数 $\tan^{-1} x$ 及び関数 \sqrt{x} は連続なので,

$$\lim_{y \rightarrow -1} \tan^{-1} \sqrt{2y + 5} = \tan^{-1} \sqrt{\lim_{y \rightarrow -1} (2y + 5)} = \tan^{-1} \sqrt{3} = \frac{\pi}{3} .$$