

§ 6.5 原始関数と不定積分

問題 6.5.1 関数 $F(x)$ と正弦関数 $\sin x$ とは共に余弦関数 $\cos x$ の原始関数なので、
 $F(x) = \sin x + C$. $F\left(\frac{3}{2}\pi\right) = 4$ なので、 $\sin\left(\frac{3}{2}\pi\right) + C = 4$, $-1 + C = 4$, $C = 5$. 故に
 $F(x) = 5 + \sin x$.

問題 6.5.2 $\frac{d}{dx}\left(-\frac{1}{2x^2}\right) = -\frac{1}{2}\frac{d}{dx}x^{-2} = x^{-3} = \frac{1}{x^3}$ なので、
$$\int \frac{1}{x^3} dx = \int \left\{ \frac{d}{dx}\left(-\frac{1}{2x^2}\right) \right\} dx = -\frac{1}{2x^2} + C .$$

問題 6.5.3 $\frac{d}{dx}\left(\frac{2}{3}\sqrt{x^3}\right) = \frac{2}{3}\frac{d}{dx}x^{\frac{3}{2}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ なので、
$$\int \sqrt{x} dx = \int \left\{ \frac{d}{dx}\left(\frac{2}{3}\sqrt{x^3}\right) \right\} = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C .$$