§6.7　不定積分の性質

問題 6.7.1

(1)　積分定数を C とおくと，

$$\int\left(\frac{5}{2}x^2-4x+3\right)dx=\frac{5}{2}\int x^2dx-4\int x\,dx+\int 3\,dx=\frac{5}{2}\frac{1}{3}x^3-4\frac{1}{2}x^2+3x+C$$
$$=\frac{5}{6}x^3-2x^2+3x+C\ .$$

(2)　積分定数を C とおくと，

$$\int\frac{3\sin t+5}{7}\,dt=\frac{1}{7}\left(3\int\sin t\,dt+\int 5\,dt\right)=\frac{1}{7}\{3(-\cos t)+5t\}+C=\frac{5t-3\cos t}{7}+C\ .$$

問題 6.7.2　積分定数を C とおくと，

$$\int\frac{2u-5}{3u^2}\,du=\int\left(\frac{2}{3}\frac{1}{u}-\frac{5}{3}\frac{1}{u^2}\right)du=\frac{2}{3}\int\frac{1}{u}\,dx-\frac{5}{3}\int u^{-2}du=\frac{2}{3}\ln|u|-\frac{5}{3}(-u^{-1})+C$$
$$=\frac{2}{3}\ln|u|+\frac{5}{3u}+C\ .$$

問題 6.7.3　積分定数を C とおくと，

$$\int\frac{6}{4x^2+3}\,dx=\frac{6}{4}\int\frac{1}{x^2+\frac{3}{4}}\,dx=\frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{\frac{3}{4}}}\tan^{-1}\frac{x}{\sqrt{\frac{3}{4}}}+C=\sqrt{3}\tan^{-1}\frac{2x}{\sqrt{3}}+C\ .$$

問題 6.7.4　積分定数を C とおくと，

$$\int\sqrt{\frac{3}{2y}}\,dy=\sqrt{\frac{3}{2}}\int\frac{1}{\sqrt{y}}\,dy=\sqrt{\frac{3}{2}}\int y^{-\frac{1}{2}}dy=\sqrt{\frac{3}{2}}\frac{1}{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}+C=\sqrt{6y}+C\ .$$