

第8章の補遺1 平面図形の面積

問題 8.補遺1.1

$$y = -\sqrt{x} \iff x = y^2 \text{ かつ } y \leq 0 .$$

$$y = \frac{x}{2} - 4 \iff x = 2y + 8 .$$

$x = y^2$ かつ $y \leq 0$ かつ $x = 2y + 8$ とすると, $y = -2$. $-2 \leq y \leq 0$ のとき $2y + 8 \geq y^2$.

領域の面積は

$$\int_{-2}^0 (2y + 8 - y^2) dy = \left[y^2 + 8y - \frac{1}{3}y^3 \right]_{-2}^0 = \frac{28}{3} .$$

問題 8.補遺1.2

$$y \geq e^x \iff x \leq \ln y .$$

領域を表す連立不等式は

$$e \leq y \leq e^2 \text{ かつ } 0 \leq x \leq \ln y .$$

領域の面積は

$$\int_e^{e^2} \ln y dy = [y \ln y - y]_e^{e^2} = e^2 .$$

問題 8.補遺1.3