

§ 0.1 命題と述語

記述の内容が正しいか誤りであるかを判断する客観的基準があるとき、その記述を**命題** (proposition) といいます。そして命題の内容が正しいとき、その命題は**真**である (true) といい、命題の内容が誤りであるとき、その命題は**偽**である (false) といいます。つまり、

“真”とは“正しい”ということ、“偽”とは“誤りである”ということです。命題は真であるか偽であるかのどちらかです。

例 “豊田市は広い”という記述は、広い市の基準がはっきりしないので、命題ではありません。しかし、“豊田市の面積は 1000km^2 以上である”という記述は、豊田市の面積を調べれば正しいか誤りであるか客観的に分かるので、命題です。2021年3月現在、豊田市の面積は 918.32km^2 ですからこの命題は偽です。 終

例 “7 は整数である”という記述は真の命題で、“ $\frac{5}{3}$ は整数である”という記述は偽の命題です。また、“ $\frac{4}{7}$ は正の数である”という記述は真の命題で、“ $-\frac{2}{9}$ は正の数である”という記述は偽の命題です。 終

例として、整数を表す変数 x が現れる記述“整数 x は素数である”を考えます。例えば x の値が 5 のとき真で、例えば x の値が 6 のとき偽です。このように、変数 x の値を定めると、“整数 x は素数である”という記述は真か偽かが客観的に定まります。つまり、変数 x の値を定めると、“整数 x は素数である”という記述は命題になります。このように、変数 x の値を定めると命題になる記述を、 x に関する**述語** (predicate) といいます。変数 x に関する述語によって x の値を制限するとき、その述語を x に関する**条件** (condition) といいます。

例 数を表す変数 a に対して、“ a は 7 より小さい”という記述は a に関する述語です。この述語によって a の値を 7 より小さい範囲に制限するとき、この述語は a に関する条件です。 終

例 数を表す変数 x に対して、“ x は x 以下である”という記述は x に関する述語です。この述語は x の値がどんな数でも成り立つので、普通はこの述語によって x の値を制限することは考えません；ですから普通はこの述語を x に関する条件と考えません。 終

例えば、整数を表す変数 m と n とに対して“ m は n で割り切れる”という記述は、2つの変数 m と n の値とを定めると命題になります；このような記述を2変数 m と n とにする述語といいます。同様に、3つの変数 x, y, z の値を定めると命題になる記述を3変数 x, y, z に関する述語といいます。

0 変数の述語を考えます。0 変数の述語とは、0 個の変数の値を定めると命題になる記述、つまり変数の値を定めなくても元々命題である記述ですから、命題そのものです。ですから、命題とは述語の特別な場合であると考えられます。つまり、命題の範囲は述語の範囲に含まれます。