

## 第0章の補遺1 合成された命題の真偽

合成された命題の真偽を考えます。

**例解** 命題“田中君は高専の学生である”が真であるとき、その否定の命題“田中君は高専の学生でない”は偽です。命題“田中君は高専の学生である”が偽であるとき、命題“田中君は高専の学生でない”は真です。 終

一般的に命題  $A$  の否定“ $A$  でない”の真偽は次のようになります：命題  $A$  が真であるとき、その否定“ $A$  でない”は偽です； $A$  が偽であるとき、その否定“ $A$  でない”は真です。

**例解** 命題“田中君は高専生である”と命題“山田君は高校生である”とから命題“田中君は高専生であり、かつ、山田君は高校生である”ができます。“田中君は高専生である”と“山田君は高校生である”との両方が真であるとき、“田中君は高専生であり、かつ、山田君は高校生である”は真です。“田中君は高専生である”と“山田君は高校生である”とのどちらか一方でも偽であるとき、“田中君は高専生であり、かつ、山田君は高校生である”は偽です。 終

一般的に命題  $A$  と  $B$  とからできる命題“ $A$  かつ  $B$ ”の真偽は次のようになります：命題  $A$  と命題  $B$  との両方が真であるとき、命題“ $A$  かつ  $B$ ”は真です； $A$  と  $B$  との少なくとも一方が偽であるとき、“ $A$  かつ  $B$ ”は偽です。

**例解** 命題“田中君は高専生である”と命題“山田君は高校生である”とから命題“田中君は高専生であるか、または、山田君は高校生である”ができます。“田中君は高専生である”と“山田君は高校生である”とのどちらか一方でも真であるとき、“田中君は高専生であるか、または、山田君は高校生である”は真です。“田中君は高専生である”と“山田君は高校生である”との両方が偽であるとき、“田中君は高専生であるか、または、山田君は高校生である”は偽です。 終

一般的に命題  $A$  と  $B$  とからできる命題“ $A$  または  $B$ ”の真偽は次のようになります：命題  $A$  と命題  $B$  との少なくともどちらかが真であるとき、命題“ $A$  または  $B$ ”は真です； $A$  と  $B$  との両方が真であるときも“ $A$  または  $B$ ”は真です。 $A$  と  $B$  との両方が偽であるとき、命題“ $A$  または  $B$ ”は偽です。

**例解** 命題“山本君が高専生である”と命題“山本君は中学校を卒業している”とから命題“山本君が高専生であるならば山本君は中学校を卒業している”ができます。この命題は、山本君が高専生でないときは、山本君は中学校を卒業しているともしていないとも述べていません。ですから、“山本君が高専生である”という命題が偽であるとき、山本君が中学校を卒業していてもしていなくても、この命題は偽ではありません。命題は真か偽かのどちらかですから、“山本君が高専生である”という命題が偽であるとき、この命題“山本君が高専生であるならば山本君は中学校を卒業している”は真です。 終

一般的に命題  $A$  と  $B$  とからできる命題“ $A$  ならば  $B$ ”の真偽は次のようになります：命題  $A$  も命題  $B$  も真であるとき、命題“ $A$  ならば  $B$ ”は真です；命題  $A$  が真で命題  $B$  が偽であるとき、命題“ $A$  ならば  $B$ ”は偽です；命題  $A$  が偽のとき命題“ $A$  ならば  $B$ ”は真です。つまり次のようになります：

命題  $A$  が真で命題  $B$  が偽のとき、命題“ $A$  ならば  $B$ ”は偽；

命題  $A$  が偽かまたは命題  $B$  が真のとき、命題“ $A$  ならば  $B$ ”は真。

これまで述べたことを表にまとめると次のようになります：

$A$	$A$ でない	$A$	$B$	$A$ かつ $B$	$A$ または $B$	$A$ ならば $B$
真	偽	真	真	真	真	真
真	真	真	偽	偽	真	偽
偽	真	偽	真	偽	真	真
偽	偽	偽	偽	偽	偽	真

このような表を真理値表といいます。