

第0章の補遺1 合成された命題の真偽

合成された命題の真偽を考えます。

例解 命題“田中君は高専の学生である”が真であるとき、その否定の命題“田中君は高専の学生でない”は偽です。命題“田中君は高専の学生である”が偽であるとき、命題“田中君は高専の学生でない”は真です。 終

一般的に命題 A の否定“ A でない”の真偽は次のようになります：命題 A が真であるとき、その否定“ A でない”は偽です； A が偽であるとき、その否定“ A でない”は真です。

例解 命題“田中君は高専生である”と命題“山田君は高校生である”とから命題“田中君は高専生であり、かつ、山田君は高校生である”ができます。“田中君は高専生である”と“山田君は高校生である”との両方が真であるとき、“田中君は高専生であり、かつ、山田君は高校生である”は真です。“田中君は高専生である”と“山田君は高校生である”とのどちらか一方でも偽であるとき、“田中君は高専生であり、かつ、山田君は高校生である”は偽です。 終

一般的に命題 A と B とからできる命題“ A かつ B ”の真偽は次のようになります：命題 A と命題 B との両方が真であるとき、命題“ A かつ B ”は真です； A と B との少なくとも一方が偽であるとき、“ A かつ B ”は偽です。

例解 命題“田中君は高専生である”と命題“山田君は高校生である”とから命題“田中君は高専生であるか、または、山田君は高校生である”ができます。“田中君は高専生である”と“山田君は高校生である”とのどちらか一方でも真であるとき、“田中君は高専生であるか、または、山田君は高校生である”は真です。“田中君は高専生である”と“山田君は高校生である”との両方が偽であるとき、“田中君は高専生であるか、または、山田君は高校生である”は偽です。 終

一般的に命題 A と B とからできる命題“ A または B ”の真偽は次のようになります：命題 A と命題 B との少なくともどちらかが真であるとき、命題“ A または B ”は真です； A と B との両方が真であるときも“ A または B ”は真です。 A と B との両方が偽であるとき、命題“ A または B ”は偽です。

例解 命題“田中君は高専生である”と命題“山田君は高校生である”とから命題“田中君が高専生であるならば山田君は高校生である”ができます。この命題は、田中君が高専生でないときは、山田君は高校生であるとも高校生でないとも述べていません。ですから、“田中君が高専生である”という命題が偽であるとき、山田君が、この命題は偽でありません。命題は真か偽かのどちらかですから、“田中君は高専生である”という命題が偽であるとき、つまり田中君が高専生でないとき、この命題“田中君が高専生であるならば山田君は高校生である”は真です。 終

一般的に命題 A と B とからできる命題“ A ならば B ”の真偽は次のようになります：命題 A も命題 B も真であるとき、命題“ A ならば B ”は真です；命題 A が真で命題 B が偽であるとき、命題“ A ならば B ”は偽です；命題 A が偽のとき命題“ A ならば B ”は真です。つまり次のようになります：

命題 A が真で命題 B が偽のとき、命題“ A ならば B ”は偽；

命題 A が偽かまたは命題 B が真のとき、命題“ A ならば B ”は真。

これまで述べたことを表にまとめると次のようになります：

| | |
|-----|---------|
| A | A でない |
| 真 | 偽 |
| 偽 | 真 |

| A | B | A かつ B | A または B | A ならば B |
|-----|-----|------------|-------------|-------------|
| 真 | 真 | 真 | 真 | 真 |
| 真 | 偽 | 偽 | 真 | 偽 |
| 偽 | 真 | 偽 | 真 | 真 |
| 偽 | 偽 | 偽 | 偽 | 真 |

このような表を真理値表といいます。