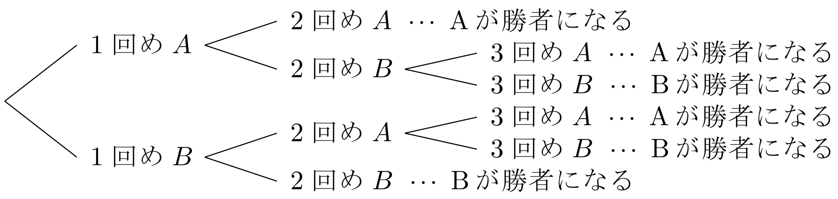
§11.2　樹形図

数え上げのための手段としてしばしば樹形図 (tree) といわれるものを用います.

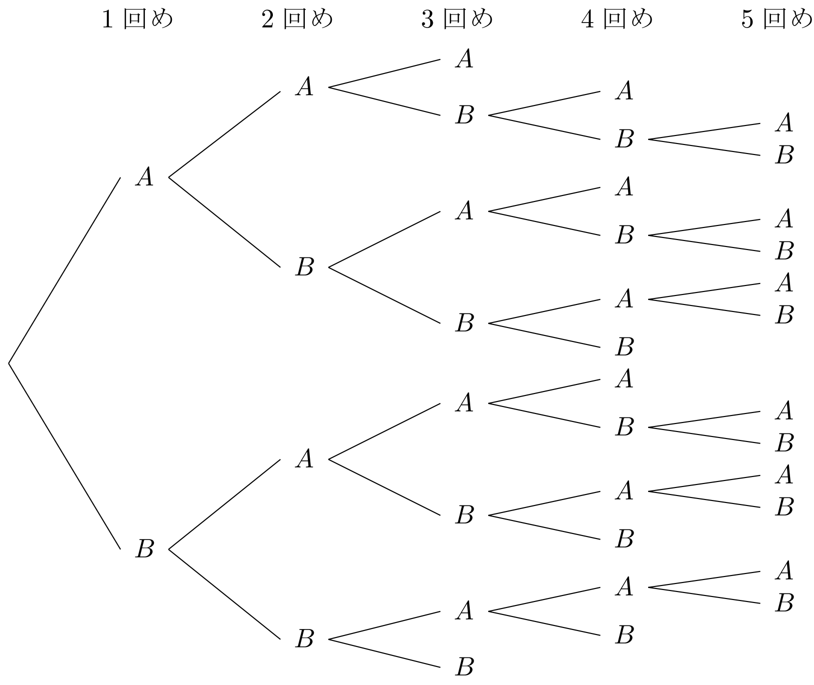
$\boxed{\text{例解}}$　AさんとBさんとの2人が何回かゲームをして先に2勝した方を勝者にします. 1回のゲームでは必ずAさんとBさんとのどちらかが勝ち他方が負けて，引き分けはないものとします. 勝者が決まるまでの1回1回のゲームの勝敗について，起こり得る場合の総数を求めます. 1回のゲームでAさんが勝つことを A と，Bさんが勝つことを B と書き表すことにします. 勝者が決まるまでの一回一回のゲームでどちらが勝つかについて，起こり得る場合を次のような図を描いて系統的に枚挙します.



このような系統的な図を樹形図といいます. この樹形図から，勝者が決まるまでの各ゲームの勝敗について起こり得る場合の総数は 6 であると分かります. $\boxed{\text{終}}$

$\boxed{\text{例題}}$　AさんとBさんとの2人が何回かゲームをして，先に3勝した方が勝者になる. 1回のゲームでは必ずAさんとBさんとのどちらかが勝ち他方が負けて，引き分けはないものとする. 勝者が決まるまでの一回一回のゲームでどちらが勝つかについて，起こり得る場合の総数を求める.

〔解説〕 1回のゲームでAさんが勝つことを A と，Bさんが勝つことを B と書き表す. 樹形図を描くと次のようになる.



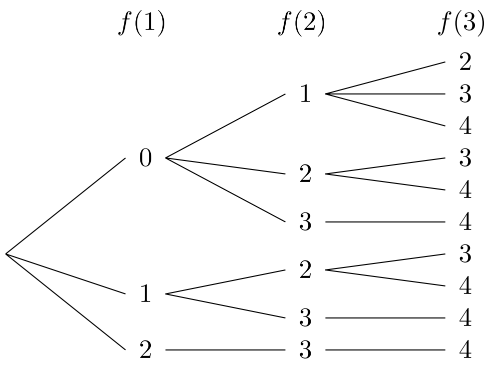
このようにして数えると，起こり得る場合の総数は 20 である. $\boxed{\text{終}}$

$\boxed{\text{問題 11.2.1}}$　AさんとBさんとCさんとの3人で何回かゲームを行い，最初に2勝した人を優勝者にします. 1回のゲームでは必ず3人のうちの1弘だけが勝ち他の2人が負けて，引き分けはないものとします. 優勝者が決まるまでの一回一回のゲームで誰が勝つかについて，起こり得る場合の総数を求めなさい.

樹形図はしばしば写像を数え上げるために有用です.

$\boxed{\text{例題}}$　集合 $\{1,2,3\}$ から集合 $\{0,1,2,3,4\}$ への写像 f で $f(1) < f(2) < f(3)$ となるものの総数を求める.

〔解説〕 集合 $\{1,2,3\}$ からの写像 f を決めるということは $f(1), f(2), f(3)$ を決めることである. 条件を満たす写像 f を数え上げるための樹形図は次のようになる.



このようにして数えると，条件を満たす写像の総数は 10 である. $\boxed{\text{終}}$

$\boxed{\text{問題 11.2.2}}$　集合 $\{1,2,3,4\}$ から集合 $\{1,2,3\}$ への写像 f で $f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4)$ となるものの総数を求めなさい.