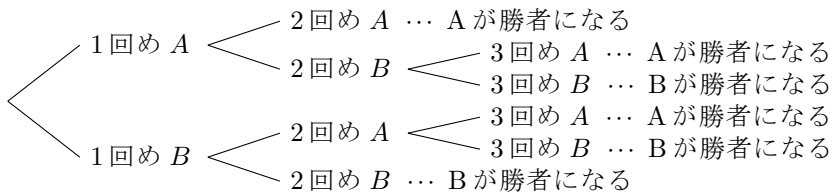


§ 11.2 樹形図

数え上げのための手段としてしばしば樹形図 (tree) といわれるものを用います。

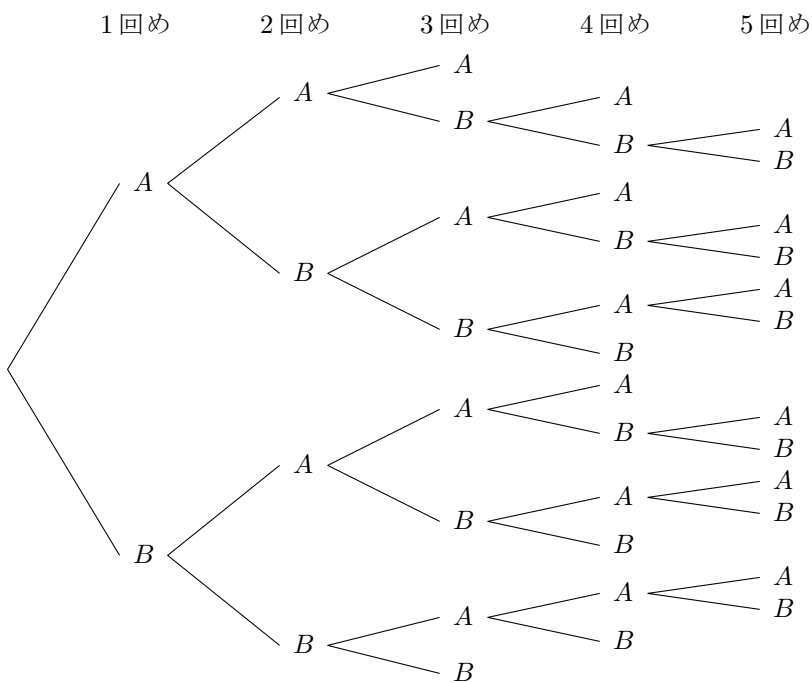
例解 AさんとBさんの2人が何回かゲームをして先に2勝した方を勝者にします。1回のゲームでは必ずAさんとBさんのどちらかが勝ち他方が負けて、引き分けはないものとします。勝者が決まるまでの1回1回のゲームの勝敗について、起こり得る場合の総数を求めます。1回のゲームでAさんが勝つことをAと、Bさんが勝つことをBと書き表すことにします。勝者が決まるまでの1回1回のゲームでどちらが勝つかについて、起こり得る場合を次のような図を描いて系統的に枚挙します。



このような系統的な図を樹形図といいます。この樹形図から、勝者が決まるまでの各ゲームの勝敗について起こり得る場合の総数は6であると分かります。 終

例題 AさんとBさんの2人が何回かゲームをして、先に3勝した方が勝者になる。1回のゲームでは必ずAさんとBさんのどちらかが勝ち他方が負けて、引き分けはないものとする。勝者が決まるまでの1回1回のゲームでどちらが勝つかについて、起こり得る場合の総数を求める。

解説 1回のゲームでAさんが勝つことをAと、Bさんが勝つことをBと書き表す。樹形図を描くと次のようになる。



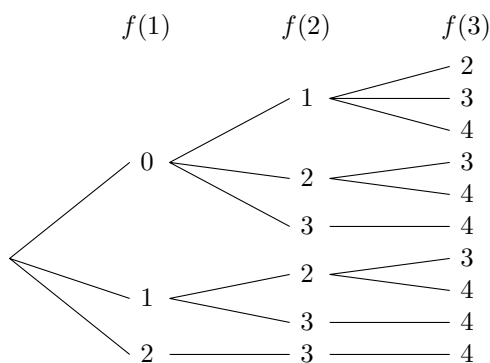
このようにして数えると、起こり得る場合の総数は20である。 終

問題 11.2.1 AさんとBさんとCさんの3名で何回かゲームを行い、最初に2勝した人を優勝者にします。1回のゲームでは必ず3名のうちの1名だけが勝ち他の2名が負けて、引き分けはないものとします。優勝者が決まるまでの1回1回のゲームで誰が勝つかについて、起こり得る場合の総数を求めなさい。

樹形図はしばしば写像を数え上げるために有用です。

例題 集合 $\{1,2,3\}$ から集合 $\{0,1,2,3,4\}$ への写像 f で $f(1) < f(2) < f(3)$ となるものの総数を求める。

解説 集合 $\{1,2,3\}$ からの写像 f を決めるということは $f(1), f(2), f(3)$ を決めることである。条件を満たす写像 f を数え上げるための樹形図は次のようになる。



このようにして数えると、条件を満たす写像の総数は10である。 終

問題 11.2.2 集合 $\{1,2,3,4\}$ から集合 $\{1,2,3\}$ への写像 f で $f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4)$ となるものの総数を求めなさい。