

第11章の補遺2 同じものをグループに分ける分け方の総数

例解 A君とB君とC君との3人で5本の缶ジュースを分けるときの場合の総数を求めます。但し、缶ジュースは総て同じ種類で区別しないものとします。また、A君とB君とC君との3人のうち缶ジュースが1本も貰えない(0本貰う)人がいてもいいものとします。

1本の缶ジュースを記号「□」で表します。5本の缶ジュースを例えばA君に2本B君に2本C君に1本というように分けることを、記号「□」と仕切りの記号「|」との列「□□|□□|□」に対応させます：この記号列は次のような意味です。

$$\underbrace{\square\square}_{\text{A君の分}} \mid \underbrace{\square\square}_{\text{B君の分}} \mid \underbrace{\square}_{\text{C君の分}}$$

つまり、「|」より前の記号がA君の分を表し、「|」と「|」との間の記号がB君の分を表し、「|」より後の記号がC君の分を表します。例えば、

A君に1本B君に0本C君に4本と分けることは「□||□□□□」に、

A君に2本B君に3本C君に0本と分けることは「□□|□□□|」に、

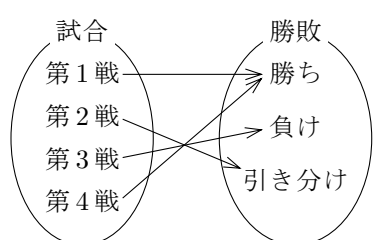
対応します。このような対応で、5本の缶ジュースを3人で分ける分け方と、記号「□」と「|」との列で「□」が5回「|」が2回現れるものとは、過不足なく一つずつ対応します。従って、5本の缶ジュースを3人で分ける分け方の総数は、記号「□」と「|」との列で「□」が5回「|」が2回に現れるものの総数 ${}_7C_5 = {}_7C_2 = 21$ です。 終

例題 ある野球チームがあるリーグ戦で4試合する。一試合の勝敗は勝ちか負けか引き分けかのいずれかである。以下の各々の条件の下で4試合の結果について起こり得る場合の総数を求める。

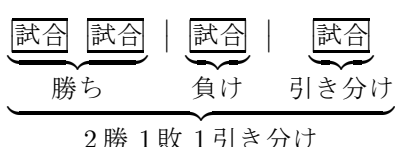
- (1) 第1戦・第2戦・第3戦・第4戦のそれぞれについて勝敗を考えると。
- (2) 第何戦で勝ったか負けたかなどは考えず、4試合のうちの勝った試合の数と負けた試合の数と引き分けた試合の数とだけを考えると。つまり、何勝何敗何引き分けかだけを考えると。

【解説】(1)の場合、4試合結果は、たとえば右図のように、4試合のそれぞれに勝ちか負けか引き分けかのどれか一つを対応させる写像である。その総数は、

$$3^4 = 81.$$



(2)の場合、4試合の結果は、たとえば右図のように、4試合の各々を区別せずに単に試合とだけ考えて、勝ったグループと負けたグループと引き分けたグループとに分ける分け方である。その総数は、「試合」と仕切りの記号「|」との列で「試合」が4回「|」が2回に現れるものの総数なので、 ${}_6C_4 = {}_6C_2 = 15$ である。 終



問題 11.補遺2.1 ある剣道部の6人の部員の各々が、他の剣道部の部員と練習試合をします。6人の各部員について試合結果は勝ちか負けか引き分けかのいずれかです。以下の各々の条件の下で6人全員の試合結果について起こり得る場合の総数を求めなさい。

- (1) 6人の各部員について試合結果を考えると、つまり試合に誰が勝って誰が負けてということを考えるとき。
- (2) 6人の部員の中で、試合に誰が勝ったか誰が負けたかということを考えずに、勝った部員の人数と負けた部員の人数と引き分けた部員の人数とだけを考えると。

問題 11.補遺2.2 ある委員会は9人の委員で構成されます。この委員会の中で委員の投票によって委員長を決めます。委員の中で委員長の候補者は4人であり、9人の各委員は委員長候補者4人の中の誰か1人に投票します(誰が誰に投票したかは分かりません)。このとき、4人の委員長候補者への票の配分(どの候補者に何票入ったかという組合せ)の総数を求めなさい。

例題 A君とB君とC君とD君との4人に10冊のノートを配る。ノートは総て同じ種類で区別しないものとする。また、A君とB君とC君とD君との4人とも少なくとも1冊はノートを配られるものとする。このときの考えられる配分の総数を求める。

【解説】A君とB君とC君とD君との4人とも少なくとも1冊はノートを配られるので、10冊のノートのうち4冊を1冊ずつ4人に配り、残りの6冊を4人に配る配分の総数を求めればよい。

互いに区別されない6冊のノート、A君のものとB君のものとC君のものとD君のものとの4つのグループに分ける分配の総数は、例えば下図のように、互いに区別されないノート6冊と互いに区別されない仕切り線3本とを1列に並べる並べ方の総数である。



この総数を計算すると

$${}_9C_3 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 3 \cdot 4 \cdot 7 = 84.$$

終

問題 11.補遺2.3 A君とB君とC君とD君とE君との5人に18冊のノートを配ります。ノートは総て同じ種類で区別しないものとします。また、A君とB君とC君とD君とE君との5人とも少なくとも2冊はノートを配られるものとします。このときの配分の総数を求めなさい。