

第3章の補遺2 絶対値が現れる方程式

絶対値が現れる方程式を解くためには、実数を表す式 A の絶対値の性質 $|A|^2 = A^2$ に加えて定理 3.2 を用います：任意の複素数 α と β について、

$$\alpha^2 = \beta^2 \text{ ならば, } \alpha = \beta \text{ または } \alpha = -\beta .$$

例題 実数を表す変数 x に関する方程式 $|2x-3|+7=3x$ を解く.

【解答】 方程式 $|2x-3|+7=3x$ より、

$$|2x-3|^2 = (3x-7)^2 ,$$

$$(2x-3)^2 = (3x-7)^2 ,$$

$$2x-3 = 3x-7 \text{ または } 2x-3 = -(3x-7) ,$$

従って $x=4$ または $x=2$. $x=4$ のとき $|2x-3|+7=3x$. $x=2$ のとき $|2x-3|+7 \neq 3x$. 故に与えられた方程式の解は 4 だけである. 終

問題 3.補遺2.1 実数を表す変数 x に関する以下の方程式を解きなさい.

$$(1) |4-x|+8=3x . \quad (2) |2x+1|+x=5 . \quad (3) |5x-3|+2=3x .$$

例題 実数を表す変数 y に関する方程式 $2|y+3|+y=1$ を解く.

【解答】 方程式 $2|y+3|+y=1$ より、

$$2|y+3| = 1-y ,$$

$$\{2(y+3)\}^2 = (1-y)^2 ,$$

$$2(y+3) = y-1 \text{ または } 2(y+3) = 1-y ,$$

従って $y=-7$ または $y=-\frac{5}{3}$. $y=-7$ のとき $2|y+3|+y=1$. $y=-\frac{5}{3}$ のとき $2|y+3|+y=1$. 故に与えられた方程式の解は -7 と $-\frac{5}{3}$ とである. 終

問題 3.補遺2.2 実数を表す変数 y に関する以下の方程式を解きなさい.

$$(1) \frac{3}{2}|y-4|+5=2y . \quad (2) 3\left|\frac{y-5}{2}\right|+y=3 . \quad (3) \frac{5}{3}|1-2y|-7=2y .$$