

§4.0 座標平面と点集合

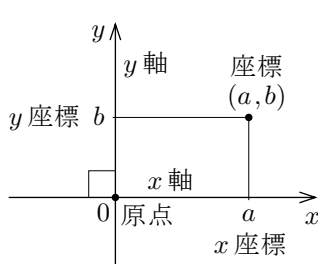
1.4節で述べたように、実数全体を \mathbf{R} と書き表します。実数全体 \mathbf{R} と \mathbf{R} との直積集合を \mathbf{R}^2 と書き表します：

$$\mathbf{R}^2 = \mathbf{R} \times \mathbf{R} = \{(x, y) \mid x \text{ と } y \text{ とは実数}\}.$$

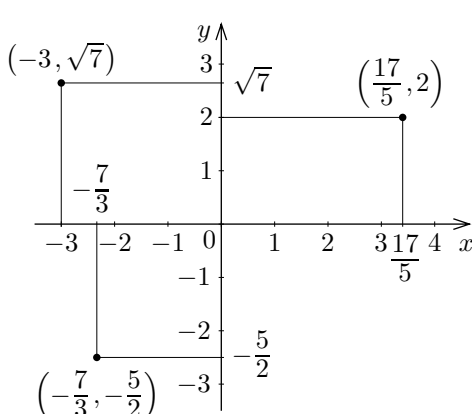
つまり \mathbf{R}^2 は実数と実数との順序対の全体です。直積集合 \mathbf{R}^2 の要素を (\mathbf{R}^2 の) 点といいます¹⁾。そして \mathbf{R}^2 の点の集合を点集合といいます。つまり \mathbf{R}^2 の点集合とは \mathbf{R}^2 の部分集合です。

(2次元) **座標系** (coordinate system) とは、平面上の点と直積集合 \mathbf{R}^2 の点とを対応させる仕掛けです。

数直線において実数 0 に対応する点を**原点**といいます (1.4節参照)。平面上に、2本の数直線を各々の原点が重なるように互いに垂直に置きます。これら2本の数直線を**座標軸**といい、座標軸の組を**座標系**といいます。座標系が設定された平面を**座標平面** (coordinate plane) といいます。数直線には向きがあるので、座標軸には向きがあります。



普通は2本の座標軸の1本を右向きに他の1本を上向きにします。多くの場合、右向きの座標軸を x 軸と、上向きの座標軸を y 軸とといいます；これらの組を xy 座標系といい、 xy 座標系が設定された平面を xy 座標平面といいます。

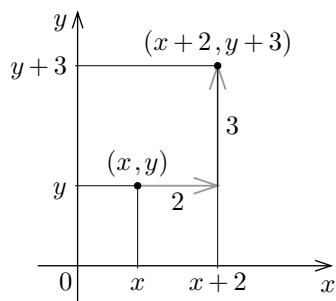


数直線上の各点には1つの実数に対応します。 xy 座標平面の点 P から x 軸に下ろした垂線の足に対応する実数を x 座標といい、点 P から y 軸に下ろした垂線の足に対応する実数を y 座標とといいます。平面上の点 P の x 座標が a で y 座標が b であるとき、実数の順序対 (a, b) を点 P の**座標** (coordinate) とといいます。実数 u と v とに対して、 xy 座標平面の点 P の座標が (u, v) であるとき、 P の x 座標は u で y 座標は v です。

座標平面の点の座標は実数の順序対ですから直積集合 \mathbf{R}^2 の点です。このように、平面に座標系を設定することによって、平面の点と \mathbf{R}^2 の点とが一つずつ対応します。ですから、座標平面の点とその座標とを同一視することがあります。座標平面の点 (a, b) とは、座標が (a, b) となる点のことです。また、座標平面の点 P の座標が (a, b) であるとき、 $P = (a, b)$ と書き表します。このように考えると、座標平面の点は $\mathbf{R}^2 = \{(x, y) \mid x, y \text{ は実数}\}$ の点であり、 \mathbf{R}^2 の点は座標平面の点です。

座標平面において原点の座標は $(0, 0)$ です。通常、座標平面において原点を O で表します： $O = (0, 0)$ 。

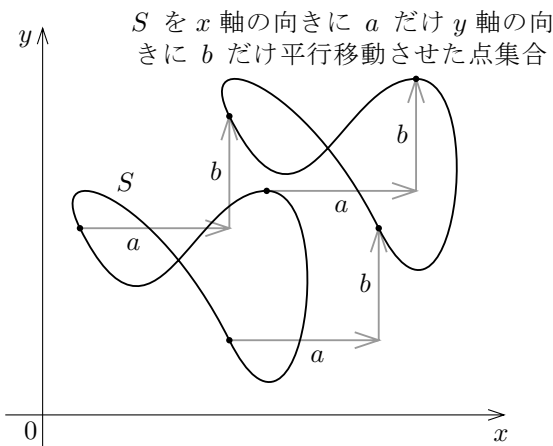
xy 座標平面において、例えば点 (x, y) を x 軸の向きに 2 だけ y 軸の向きに 3 だけ移動させた点は $(x+2, y+3)$ です。一般的に、 xy 座標平面において、点 (x, y) を x 軸の向きに a だけ y 軸の向きに b だけ移動させた点は $(x+a, y+b)$ です。 xy 座標平面において、点集合 S の各点 (x, y) を x 軸の向きに a だけ y 軸の向きに b だけ移動させた点 $(x+a, y+b)$ の全体を、 S を x 軸の向きに a



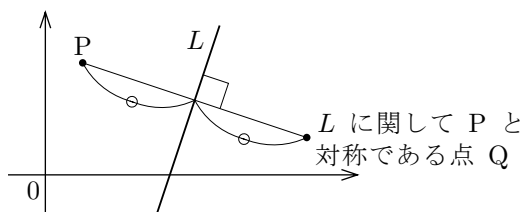
だけ y 軸の向きに b だけ平行移動させた点集合とといいます。つまり、点集合 S を x 軸の向きに a だけ y 軸の向きに b だけ平行移動させた点集合とは

$$\{(x+a, y+b) \mid (x, y) \in S\}$$

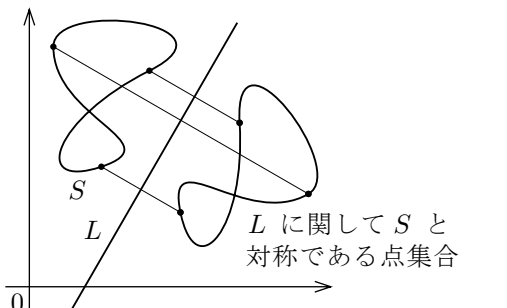
のことです。座標平面において図形を平行移動させると、位置が変わるだけで、形も大きさも向きも変わりません。



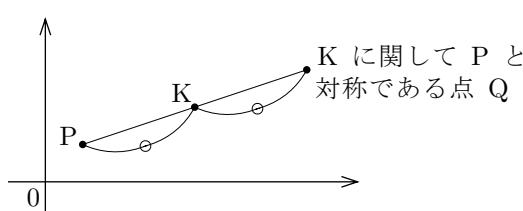
座標平面において、点 Q が点 P と直線 L に関して対称であるとは、 P と Q とを結ぶ線分 PQ の中点が L に属し、線分 PQ は L と垂直であることです²⁾。直線 L に関して点 P と対称になる点は唯一つあります (証明は省きます)。



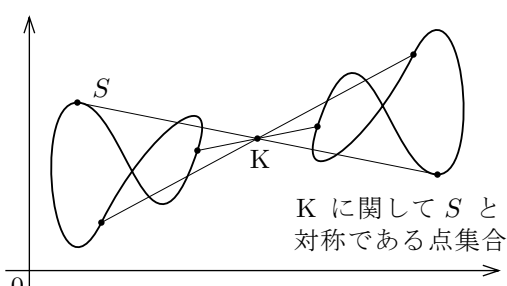
座標平面において、直線 L に関して点集合 S と (線) 対称である点集合とは、 L に関して S の点と線対称になる点の全体です。



座標平面において、点 Q が点 P とが点 K に関して対称であるとは、 P と Q とを結ぶ線分 PQ の中点が K になることです。点 K に関して点 P と対称である点は唯一つあります (証明は省きます)。



座標平面において、点 K に関して点集合 S と (点) 対称である点集合とは、 K に関して S の点と点対称である点の全体です。



¹⁾ 数学では集合の要素を点ということがあります。

²⁾ $P = Q$ のときは線分 PQ は任意の直線と垂直です。従って、 P が L に属するとき、 L に関して P と (線) 対称である点は P 自身です。