

## §5.7 連立1次不等式の解法

5.1節で述べたように、変数  $x$  に関する不等式は  $x$  の値に関する条件を表します。複数の不等式に対して、各々が表す条件を“かつ”で結んだ条件を考えると、それらの不等式を連立するといいます。

**例解** 変数  $x$  に関する2つの不等式  $x+7 \geq 5$  と  $2x < 6$  とを連立するとき次のように表します：

$$\begin{cases} x+7 \geq 5 \\ 2x < 6 \end{cases} .$$

この連立不等式は  $x$  の値に関する条件 “ $x+7 \geq 5$  かつ  $2x < 6$ ” を表します。

$$x+7 \geq 5 \iff x \geq -2, \quad 2x < 6 \iff x < 3;$$

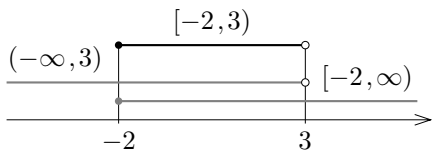
従って、

$$\begin{aligned} x+7 \geq 5 \text{ かつ } 2x < 6 &\iff x \geq -2 \text{ かつ } x < 3 \\ &\iff -2 \leq x < 3 . \end{aligned}$$

つまり、与えられた不等式を解くと  $-2 \leq x < 3$  . よって、 $x$  に関する連立不等式

$$\begin{cases} x+7 \geq 5 \\ 2x < 6 \end{cases}$$

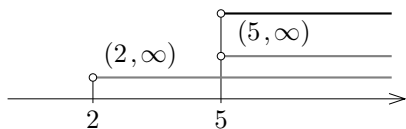
の解集合は、不等式  $x+7 \geq 5$  の解集合  $[-2, \infty)$  と不等式  $2x < 6$  の解集合  $(-\infty, 3)$  との共通部分の  $[-2, 3)$  です。



終

**例題** 変数  $x$  に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 5x-6 > 3x+4 \\ x+8 < 4x+2 \end{cases} .$$

【解説】 不等式  $5x-6 > 3x+4$  を解くと、 $2x > 10$  ,  $x > 5$  . 不等式  $x+8 < 4x+2$  を解くと、 $-3x < -6$  ,  $x > 2$  .  $x > 5$  かつ  $x > 2$  ということは、 $x > 5$  ということである。従って、与えられた連立不等式を解くと  $x > 5$  .



終

**問題 5.7.1** 変数  $x$  に関する以下の連立不等式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} x-2 > 7-3x \\ 2x+3 \geq 5x-4 \end{cases} . \quad (2) \begin{cases} 4x-7 \geq 6-x \\ 2x+3 > 5x-8 \end{cases} .$$

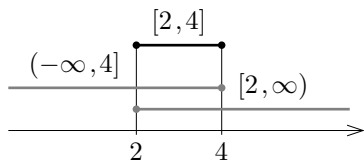
**例解** 変数  $x$  に関する不等式  $6 \leq 3x \leq x+8$  を解きます。この不等式は “ $6 \leq 3x$  かつ  $3x \leq x+8$ ” を意味する連立不等式です。

$$6 \leq 3x \iff x \geq 2, \quad 3x \leq x+8 \iff x \leq 4;$$

従って、

$$\begin{aligned} 6 \leq 3x \leq x+8 &\iff 6 \leq 3x \text{ かつ } 3x \leq x+8 \iff x \geq 2 \text{ かつ } x \leq 4 \\ &\iff 2 \leq x \leq 4 . \end{aligned}$$

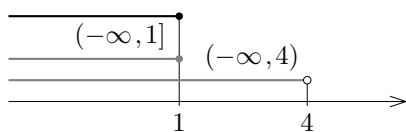
故に、連立不等式  $6 \leq 3x \leq x+8$  を解くと  $2 \leq x \leq 4$  . つまり、連立不等式  $6 \leq 3x \leq x+8$  の解集合は、 $6 \leq 3x$  の解集合  $[2, \infty)$  と  $3x \leq x+8$  の解集合  $(-\infty, 4]$  とに共通する区間  $[2, 4]$  です。



終

**例題** 変数  $y$  に関する連立不等式  $4y-6 \leq y-3 < 5-y$  を解く。

【解答】 不等式  $4y-6 \leq y-3$  より、 $3y \leq 3$  ,  $y \leq 1$  . 不等式  $y-3 < 5-y$  より、 $2y < 8$  ,  $y < 4$  .  $y \leq 1$  かつ  $y < 4$  ということは  $y \leq 1$  ということである。従って、与えられた連立不等式を解くと  $y \leq 1$  .



終

**問題 5.7.2** 変数  $y$  に関する連立不等式  $3y-5 < y-2 \leq 3-2y$  を解きなさい。

**例題** 変数  $a$  に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 4a+1 \leq 9 \\ 3a-7 \geq 8 \end{cases} .$$

【解答】 不等式  $4a+1 \leq 9$  より、 $4a \leq 8$  ,  $a \leq 2$  . 不等式  $3a-7 \geq 8$  より、 $3a \geq 15$  ,  $a \geq 5$  . 従って、与えられた連立不等式を解くと、 $a \leq 2$  かつ  $a \geq 5$  . このような実数  $a$  は無い。故に、与えられた連立不等式の解は無い。

終

**問題 5.7.3** 変数  $c$  に関する次の連立不等式を解きなさい：
$$\begin{cases} 4c-2 > 3 \\ 3c+4 < 6 \end{cases} .$$