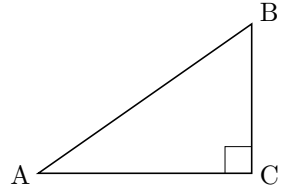


## §6.0 ピタゴラスの定理

まずピタゴラスの定理<sup>1)</sup>を思い起こして下さい。

**定理** (ピタゴラスの定理) 相異なる3点  $A, B, C$  を頂点とする三角形  $ABC$  において角  $ACB$  が直角であるとき、

$$\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 .$$



ピタゴラスの定理より次の定理が導かれます。

**定理 6.0** 座標平面において、点  $A = (a_1, a_2)$  と点  $B = (b_1, b_2)$  とを結ぶ線分  $AB$  の長さ  $\overline{AB}$  は

$$\overline{AB}^2 = (a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 .$$

**証明** 点  $A = (a_1, a_2)$  及び点  $B = (b_1, b_2)$  に対して、座標平面の点  $C = (b_1, a_2)$  をとる。線分  $AC$  は  $x$  軸と平行であり、線分  $BC$  は  $y$  軸と平行である。よって、三角形  $ABC$  は  $\angle ACB$  を直角とする直角三角形である。従って、ピタゴラスの定理より、

$$\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 .$$

$A = (a_1, a_2)$  ,  $C = (b_1, a_2)$  なので、定理 1.7.6 より  $\overline{AC} = |a_1 - b_1|$  , 定理 1.7.4 より、

$$\overline{AC}^2 = |a_1 - b_1|^2 = (a_1 - b_1)^2 .$$

$B = (b_1, b_2)$  ,  $C = (b_1, a_2)$  なので、定理 1.7.6 より  $\overline{BC} = |a_2 - b_2|$  , 定理 1.7.4 より、

$$\overline{BC}^2 = |a_2 - b_2|^2 = (a_2 - b_2)^2 .$$

故に、

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = (a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 .$$

(証明終り)

---

<sup>1)</sup> 三平方の定理ともいいます。ピタゴラス (Pythagoras) は紀元前5世紀頃の古代ギリシャの数学者・自然哲学者です。