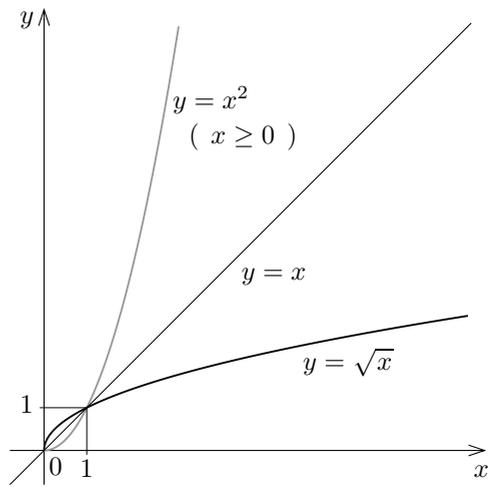


## §8.2 簡単な無理関数のグラフ

$xy$  座標平面において、区間  $[0, \infty)$  を定義域とする関数  $y = \sqrt{x}$  のグラフを描きます。関数  $g$  が関数  $f$  の逆関数であるとき、 $y = g(x)$  のグラフは  $y = f(x)$  のグラフと直線  $y = x$  に関して対称です (定理 7.7)。8.1 節で述べたように、関数  $\sqrt{x}$  ( $x \geq 0$ ) は関数  $x^2$  ( $x \geq 0$ ) の逆関数です；従って  $y = \sqrt{x}$  ( $x \geq 0$ ) のグラフは  $y = x^2$  ( $x \geq 0$ ) のグラフと直線  $y = x$  に関して対称です。

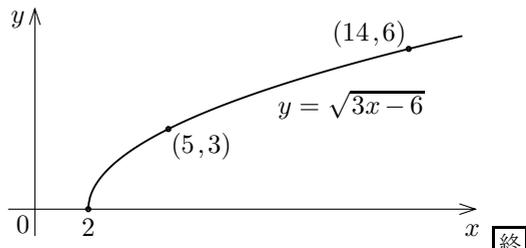


1 次関数と関数  $\sqrt{x}$  との合成関数のグラフを考えます。

**例解**  $xy$  座標平面において、区間  $[2, \infty)$  を定義域とする関数  $y = \sqrt{3x-6}$  のグラフを描きます。関数  $y = \sqrt{3x-6}$  について、 $\sqrt{3x-6} \geq 0$  なので  $y \geq 0$ 。また、 $y = \sqrt{3x-6}$  を 2 乗すると  $y^2 = \sqrt{3x-6}^2 = 3x-6$  なので、 $3x = y^2 + 6$ 、よって  $x = \frac{1}{3}y^2 + 2$ 。これより、実数  $x, y$  ( $x \geq 2$ ) について、

$$y = \sqrt{3x-6} \iff x = \frac{1}{3}y^2 + 2 \text{ かつ } y \geq 0.$$

変数  $x$  は変数  $y$  の 2 次関数ですから、そのグラフは放物線になります。 $y = 0$  のとき  $x = 2$ 。 $y = 3$  のとき  $x = 5$ 。 $y = 6$  のとき  $x = 14$ 。 $y = \sqrt{3x+6}$  のグラフは、点  $(2, 0)$ ,  $(5, 3)$ ,  $(14, 6)$  などを通ります。

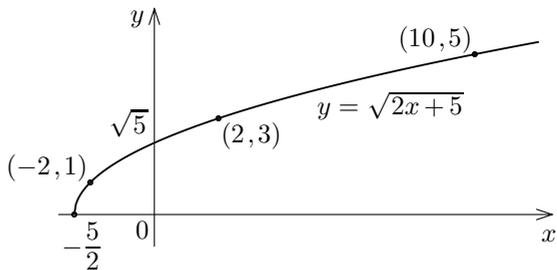


**例題**  $xy$  座標平面において区間  $[-\frac{5}{2}, \infty)$  を定義域とする関数  $y = \sqrt{2x+5}$  のグラフを描く。

【解答】  $y = \sqrt{2x+5} \geq 0$ 。

また、 $y = \sqrt{2x+5}$  より、 $y^2 = 2x+5$ 、 $x = \frac{y^2-5}{2}$ 。

$y = \sqrt{2x+5}$  のグラフは、不等式  $y \geq 0$  と方程式  $x = \frac{y^2-5}{2}$  とで表される放物



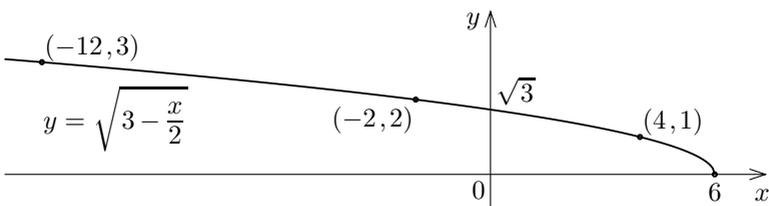
線であり、点  $(-\frac{5}{2}, 0)$ ,  $(0, \sqrt{5})$ ,  $(-2, 1)$ ,  $(2, 3)$ ,  $(10, 5)$  などを通る。

**問題 8.2.1**  $xy$  座標平面において区間  $[-\frac{4}{3}, \infty)$  を定義域とする関数  $y = \sqrt{3x+4}$  のグラフの概形を描きなさい。

**例題**  $xy$  座標平面において区間  $(-\infty, 6]$  を定義域とする関数  $y = \sqrt{3-\frac{x}{2}}$  のグラフを描く。

【解答】  $y = \sqrt{3-\frac{x}{2}} \geq 0$ 。また、 $y = \sqrt{3-\frac{x}{2}}$  より、 $y^2 = 3-\frac{x}{2}$ 、 $x = 6-2y^2$ 。

$y = \sqrt{3-\frac{x}{2}}$  のグラフは、不等式  $y \geq 0$  と方程式  $x = 6-2y^2$  とで表される放物線であり、点  $(6, 0)$ ,  $(0, \sqrt{3})$ ,  $(4, 1)$ ,  $(-2, 2)$ ,  $(-12, 3)$  などを通る。



**問題 8.2.2**  $xy$  座標平面において区間  $(-\infty, \frac{15}{2}]$  を定義域とする関数  $y = \sqrt{5-\frac{2}{3}x}$  のグラフの概形を描きなさい。