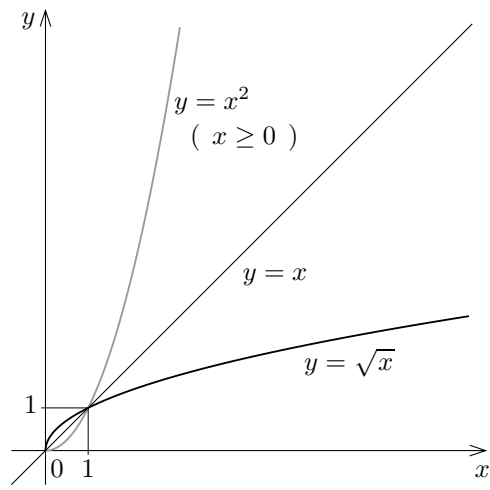


§8.2 簡単な無理関数のグラフ

xy 座標平面において、区間 $[0, \infty)$ を定義域とする関数 $y = \sqrt{x}$ のグラフを描きます。関数 g が関数 f の逆関数であるとき、 $y = g(x)$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = x$ に関して対称です (定理 7.7)。8.1 節で述べたように、関数 \sqrt{x} ($x \geq 0$) は関数 x^2 ($x \geq 0$) の逆関数です；従って $y = \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) のグラフは $y = x^2$ ($x \geq 0$) のグラフと直線 $y = x$ に関して対称です。

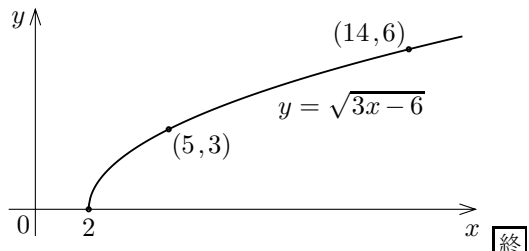


1次関数と関数 \sqrt{x} との合成関数のグラフを考えます。

例解 xy 座標平面において、区間 $[2, \infty)$ を定義域とする関数 $y = \sqrt{3x-6}$ のグラフを描きます。関数 $y = \sqrt{3x-6}$ について、 $\sqrt{3x-6} \geq 0$ なので $y \geq 0$ 。また、 $y = \sqrt{3x-6}$ を2乗すると $y^2 = \sqrt{3x-6}^2 = 3x-6$ なので、 $3x = y^2 + 6$ 、よって $x = \frac{1}{3}y^2 + 2$ 。これより、実数 x, y ($x \geq 2$) について、

$$y = \sqrt{3x-6} \iff x = \frac{1}{3}y^2 + 2 \text{ かつ } y \geq 0.$$

変数 x は変数 y の2次関数ですから、そのグラフは放物線になります。 $y = 0$ のとき $x = 2$ 。 $y = 3$ のとき $x = 5$ 。 $y = 6$ のとき $x = 14$ 。 $y = \sqrt{3x+6}$ のグラフは、点 $(2, 0)$, $(5, 3)$, $(14, 6)$ などを通ります。

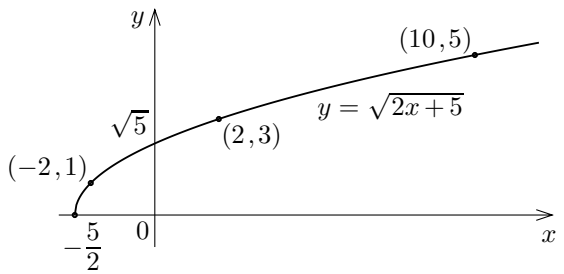


例題 xy 座標平面において区間 $[-\frac{5}{2}, \infty)$ を定義域とする関数 $y = \sqrt{2x+5}$ のグラフを描く。

【解答】 $y = \sqrt{2x+5} \geq 0$ 。

また、 $y = \sqrt{2x+5}$ より、 $y^2 = 2x+5$ 、 $x = \frac{y^2-5}{2}$ 。

$y = \sqrt{2x+5}$ のグラフは、不等式 $y \geq 0$ と方程式 $x = \frac{y^2-5}{2}$ とで表される放物



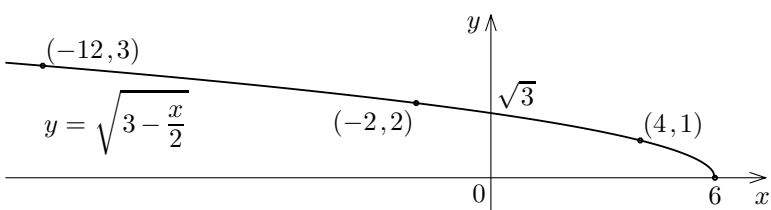
線であり、点 $(-\frac{5}{2}, 0)$, $(0, \sqrt{5})$, $(-2, 1)$, $(2, 3)$, $(10, 5)$ などを通る。

問題 8.2.1 xy 座標平面において区間 $[-\frac{4}{3}, \infty)$ を定義域とする関数 $y = \sqrt{3x+4}$ のグラフの概形を描きなさい。

例題 xy 座標平面において区間 $(-\infty, 6]$ を定義域とする関数 $y = \sqrt{3-\frac{x}{2}}$ のグラフを描く。

【解答】 $y = \sqrt{3-\frac{x}{2}} \geq 0$ 。また、 $y = \sqrt{3-\frac{x}{2}}$ より、 $y^2 = 3-\frac{x}{2}$ 、 $x = 6-2y^2$ 。

$y = \sqrt{3-\frac{x}{2}}$ のグラフは、不等式 $y \geq 0$ と方程式 $x = 6-2y^2$ とで表される放物線であり、点 $(6, 0)$, $(0, \sqrt{3})$, $(4, 1)$, $(-2, 2)$, $(-12, 3)$ などを通る。



問題 8.2.2 xy 座標平面において区間 $(-\infty, \frac{15}{2}]$ を定義域とする関数 $y = \sqrt{5-\frac{2}{3}x}$ のグラフの概形を描きなさい。