

§ 1.9 複素数の性質

問題 1.9.1 x と y とは実数なので, $x-4y$ と $2x+3y$ とは実数である. $(x-4y)+i(2x+3y)=17+i$ なので, $x-4y=17$ かつ $2x+3y=1$. この連立方程式を解くと, $x=5$ かつ $y=-3$.

問題 1.9.2

$$a(3+4i)-b(5-2i)=3a+4ai-5b+2bi=3a-5b+i(4a+2b).$$

a と b とは実数なので, $3a-5b$ と $4a+2b$ とは実数である. $3a-5b+i(4a+2b)=19+8i$ なので, $3a-5b=19$ かつ $4a+2b=8$. この連立方程式を解くと, $a=3$ かつ $b=-2$.

問題 1.9.3

$$(4-3i)(x+6i)=4x+24i-3xi+18=4x+18+i(24-3x).$$

$4x+18$ と $24-3x$ とは実数なので, 複素数 $(4-3i)(x+6i)$ が実数である条件は, $24-3x=0$, つまり $x=8$.

問題 1.9.4

$$(3-4i)(x+8i)=3x+24i-4xi+32=3x+32+i(24-4x).$$

$3x+32$ と $24-4x$ とは実数なので, 複素数 $(3-4i)(x+8i)$ が虚数である条件は, $24-4x \neq 0$, つまり $x \neq 6$.