

問題 10.9.1

$$\cos^2 a = 1 - \sin^2 a = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36},$$

$\frac{5\pi}{2} \leq a \leq \frac{7\pi}{2}$  より  $\cos a \leq 0$  なので,  $\cos a = -\sqrt{\frac{11}{36}} = -\frac{\sqrt{11}}{6}$ . また,

$$\sin^2 b = 1 - \cos^2 b = 1 - \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9},$$

$2\pi \leq b \leq 3\pi$  より  $\sin b \geq 0$  なので,  $\sin b = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ . 正弦関数の加法定理より,

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b = \frac{5}{6} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{\sqrt{11}}{6}\right) \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = -\frac{10 + \sqrt{55}}{18}.$$

余弦関数の加法定理より,

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b = -\frac{\sqrt{11}}{6} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - \frac{5}{6} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{2\sqrt{11} - 5\sqrt{5}}{18}.$$

問題 10.9.2

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y} = \frac{\frac{2}{7} + 3}{1 - \frac{2}{7} \cdot 3} = 23.$$

$$\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y} = \frac{\frac{2}{7} - 3}{1 + \frac{2}{7} \cdot 3} = -\frac{19}{13}.$$

問題 10.9.3

$$\begin{aligned} (1) \quad \sin(2x+1) \cos(5x+7) &= \frac{1}{2} \{ \sin(7x+8) + \sin(-3x-6) \} = \frac{1}{2} [ \sin(7x+8) + \sin\{-(3x+6)\} ] \\ &= \frac{1}{2} \{ \sin(7x+8) - \sin(3x+6) \}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \sin(3x-5) \sin(6x-1) &= -\frac{1}{2} \{ \cos(9x-6) - \cos(-3x-4) \} = -\frac{1}{2} [ \cos(9x-6) - \cos\{-(3x+4)\} ] \\ &= \frac{1}{2} \{ \cos(3x+4) - \cos(9x-6) \}. \end{aligned}$$

問題 10.9.4

$$\begin{aligned} (1) \quad \sin(3x-7) + \sin(4x-2) &= 2 \sin \frac{7x-9}{2} \cos \frac{-x-5}{2} = 2 \sin \frac{7x-9}{2} \cos \left( -\frac{x+5}{2} \right) \\ &= 2 \sin \frac{7x-9}{2} \cos \frac{x+5}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \cos(2x+1) - \cos(5x+8) &= -2 \sin \frac{7x+9}{2} \sin \frac{-3x-7}{2} = -2 \sin \frac{7x+9}{2} \sin \left( -\frac{3x+7}{2} \right) \\ &= -2 \sin \frac{7x+9}{2} \left( -\sin \frac{3x+7}{2} \right) \\ &= 2 \sin \frac{3x+7}{2} \sin \frac{7x+9}{2}. \end{aligned}$$

問題 10.9.5

XY 座標平面における点  $P = (3, \sqrt{3})$  に対して, 原点  $O = (0, 0)$  から X 軸の向きに延びる始線 OX に対する線分 OP の弧度法による角度は  $\frac{\pi}{6}$  rad である. 任意の実数  $x$  について,

$$3 \sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{3^2 + \sqrt{3}^2} \sin \left( x + \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{12} \sin \left( x + \frac{\pi}{6} \right).$$

よって,  $r = \sqrt{12}$ ,  $s = \frac{\pi}{6}$  とすればよい.

問題 10.9.6

XY 座標平面における点  $P = (3, -3)$  に対して, 原点  $O = (0, 0)$  から X 軸の向きに延びる始線 OX に対する線分 OP の弧度法による角度は  $-\frac{\pi}{4}$  rad である. 任意の実数  $x$  について,

$$\sqrt{3} \sin x - \cos x = \sqrt{3^2 + 3^2} \sin \left( x - \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{18} \sin \left( x - \frac{\pi}{4} \right).$$

よって,  $r = \sqrt{18}$ ,  $s = -\frac{\pi}{4}$  とすればよい.