## §2.4　整式の約数と倍数

$\boxed{\text{問題 2.4.1}}$　$x=-2$ のとき

$$3x^4+7x = 3(-2)^4+7(-2) = 34\ .$$

剰余定理より，$3x^4+7x$ を $x+2$ で割るときの剰余は 34 .

実際に除算をしても剰余は 34 である.

$$
\begin{array}{rl}
 & \phantom{)}\;3x^3-6x^2+12x-17 \\ \cline{2-2}
x+2 & \big)\,3x^4 \qquad\qquad\qquad +7x \\
 & \phantom{)}\,\underline{3x^4+6x^3} \\
 & \phantom{)}\qquad -6x^3 \\
 & \phantom{)}\qquad \underline{-6x^3-12x^2} \\
 & \phantom{)}\qquad\qquad\quad 12x^2+7x \\
 & \phantom{)}\qquad\qquad\quad \underline{12x^2+24x} \\
 & \phantom{)}\qquad\qquad\qquad\quad -17x \\
 & \phantom{)}\qquad\qquad\qquad\quad \underline{-17x-34} \\
 & \phantom{)}\qquad\qquad\qquad\qquad\quad 34
\end{array}
$$

$\boxed{\text{問題 2.4.2}}$　$P(x)=x^4+5x-6$ とおくと，

$$P(0)=0^4+5\cdot 0-6=-6\neq 0\ ,$$
$$P(-1)=(-1)^4+5\cdot(-1)-6=-10\neq 0\ ,$$
$$P(1)=1^4+5\cdot 1-6=0\ ,$$
$$P(-2)=(-2)^4+5\cdot(-2)-6=0\ ,$$
$$P(2)=2^4+5\cdot 2-6=20\neq 0\ .$$

因数定理より，$x$ の 4 次式 $x^4+5x-6$ は，$x-1$ と $x+2$ とで割り切れて，$x$ , $x+1$ , $x+2$ では割り切れない.

$\boxed{\text{問題 2.4.3}}$　$x$ の 2 次式 $P(x)$ について $P(4)=0$ かつ $P(-3)=0$ とする．因数定理より，$x-4$ と $x+3$ とは $P(x)$ の因数である．そのような 2 次式の一つは

$$(x-4)(x+3) = x^2-x-12\ .$$

従って $P(4)=0$ かつ $P(-3)=0$ となる 2 次式 $P(x)$ の一つは $x^2-x-12$ である.

$\boxed{\text{問題 2.4.4}}$　$x$ の 3 次式 $P(x)$ について $P(2)=0$ かつ $P(-3)=0$ かつ $P(5)=0$ とする．因数定理より，$x-2$ と $x+3$ と $x-5$ とは $P(x)$ の因数である．そのような 3 次式の一つは

$$(x-2)(x+3)(x-5) = x^3-4x^2-11x+30\ .$$

従って $P(2)=0$ かつ $P(-3)=0$ かつ $P(4)=0$ となる 3 次式 $P(x)$ の一つは $x^3-4x^2-11x+30$ である.