

§ 2.5 整式の因数分解

問題 2.5.1

$$(1) \quad 9x^2 - 11 = (3x)^2 - \sqrt{11}^2 = (3x + \sqrt{11})(3x - \sqrt{11}) .$$

$$(2) \quad x^2 + 3ax - 4a^2 = (x - a)(x + 4a) .$$

$$(3) \quad y^3 - 64 = y^3 - 4^3 = (y - 4)(y^2 + 4y + 16) .$$

問題 2.5.2

$$(1) \quad 2x^2 - x - 6 = (2x + 3)(x - 2) .$$

$$(2) \quad 4y^2 - 13y - 12 = (4y + 3)(y - 4) .$$

問題 2.5.3

$$(1) \quad 2x^2 - 8x + 6 = 2(x^2 - 4x + 3) = 2(x - 1)(x - 3) .$$

$$(2) \quad 3x^3 - 16x^2 - 12x = x(3x^2 - 16x - 12) = x(x - 6)(3x + 2) .$$

問題 2.5.4

(1)  $P(x) = x^3 - 6x^2 + 5x + 12$  とおくと  $P(-1) = 0$  なので、因数定理より  $x^3 - 6x^2 + 5x + 12$  は  $x + 1$  で割り切れる。

$$x^3 - 6x^2 + 5x + 12 = (x + 1)(x^2 - 7x + 12) = (x + 1)(x - 3)(x - 4) .$$

(2)  $P(t) = t^3 - 12t + 16$  とおくと  $P(2) = 0$  なので、因数定理より  $t^3 - 12t + 16$  は  $t - 2$  で割り切れる。

$$t^3 - 12t + 16 = (t - 2)(t^2 + 2t - 8) = (t - 2)(t - 2)(t + 4) = (t - 2)^2(t + 4) .$$

問題 2.5.5

$$\begin{aligned} 12xy - 9x + 8y - 6 &= (12x + 8)y - 9x - 6 = 4(3x + 2)y - 3(3x + 2) \\ &= (3x + 2)(4y - 3) . \end{aligned}$$

問題 2.5.6

$$\begin{aligned} (1) \quad x^2 + (4a - 5)x - 8a + 6 &= (4x - 8)a + x^2 - 5x + 6 \\ &= 4(x - 2)a + (x - 2)(x - 3) = (x - 2)(4a + x - 3) \\ &= (x - 2)(x + 4a - 3) . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad x^2y - 2x - 9y + 6 &= (x^2 - 9)y - 2x + 6 \\ &= (x + 3)(x - 3)y - 2(x - 3) = (x - 3)\{(x + 3)y - 2\} \\ &= (x - 3)(xy + 3y - 2) . \end{aligned}$$

問題 2.5.7

$$\begin{aligned} 3x^2 - 4xy + y^2 + 2x + 2y - 8 &= y^2 + (-4x + 2)x + 3x^2 + 2x - 8 \\ &= y^2 + (-4x + 2)y + (y + 2)(3x - 4) \\ &= \{y - (x + 2)\}\{y - (3x - 4)\} \\ &= (x - y + 2)(3x - y - 4) . \end{aligned}$$

問題 2.5.8

$$\begin{aligned} x^2 + 3xy + 2y^2 - 4x - 2y - 12 &= x^2 + (3y - 4)x + 2y^2 - 2y - 12 \\ &= x^2 + (3y - 4)x + 2(y^2 - y - 6) \\ &= x^2 + (3y - 4)x + 2(y + 2)(y - 3) \\ &= x^2 + \{(y + 2) + (2y - 6)\}x + (y + 2)(2y - 6) \\ &= \{x + (y + 2)\}\{x + (2y - 6)\} \\ &= (x + y + 2)(x + 2y - 6) . \end{aligned}$$

問題 2.5.9  $P(x)$  を因数分解すると

$$P(x) = (x + 2)(x^2 - 9) = (x + 2)(x + 3)(x - 3) .$$

$P(x)$  の約数で降冪の順に整理すると最高次の項の係数が 1 である整式は次の 8 個である。1,  $x + 2$ ,  $x + 3$ ,  $x - 3$ ,  $(x + 2)(x + 3)$ ,  $(x + 2)(x - 3)$ ,  $(x + 3)(x - 3)$ ,  $(x + 2)(x + 3)(x - 3)$  .

問題 2.5.10  $P(x)$  を因数分解すると

$$P(x) = (x + 1)(2x - 3)(3x + 1) = 6(x + 1)\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) .$$

$P(x)$  の約数で降冪の順に整理すると最高次の項の係数が 1 である整式は次の 8 個である：1,  $x + 1$ ,  $x - \frac{3}{2}$ ,  $x + \frac{1}{3}$ ,  $(x + 1)\left(x - \frac{3}{2}\right)$ ,  $(x + 1)\left(x + \frac{1}{3}\right)$ ,  $\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$ ,  $(x + 1)\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$  .