

§ 3.6 整方程式

問題 3.6

(1) 方程式 $3x^3 = x(5x+2)$ より $x(3x^2 - 5x - 2) = 0$; 従つて $x=0$ または $3x^2 - 5x - 2 = 0$.
方程式 $3x^2 - 5x - 2 = 0$ を解くと $x = 2, -\frac{1}{3}$. 故に与えられた方程式の解は $0, 2, -\frac{1}{3}$.

(2) 方程式 $2x^2(x-1) = 7x-6$ を整理すると $2x^3 - 2x^2 - 7x + 6 = 0$. x の 3 次式 $2x^3 - 2x^2 - 7x + 6$ は $x-2$ で割り切れる :

$$2x^3 - 2x^2 - 7x + 6 = (x-2)(2x^2 + 2x - 3) .$$

方程式 $2x^3 - 2x^2 - 7x + 6 = 0$ より $(x-2)(2x^2 + 2x - 3) = 0$ なので, $x-2=0$ または $2x^2 + 2x - 3 = 0$. 方程式 $2x^2 + 2x - 3 = 0$ を解く: $x^2 + x - \frac{3}{2} = 0$ なので

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{1+6}}{2} = -\frac{1 \pm \sqrt{7}}{2} . \text{ 故に与えられた方程式の解は } 2, -\frac{1 \pm \sqrt{7}}{2} .$$

(3) 方程式 $x^3 = -8$ を整理すると $x^3 + 8 = 0$. 整式 $x^3 + 8$ は $x+2$ で割り切れる :

$$x^3 + 8 = (x+2)(x^2 - 2x + 4) .$$

方程式 $x^3 + 8 = 0$ より $(x+2)(x^2 - 2x + 4) = 0$ なので, $x+2=0$ または $x^2 - 2x + 4 = 0$.

方程式 $x^2 - 2x + 4 = 0$ を解く: $\frac{1}{2}x^2 - x + 2 = 0$ なので $x = \frac{1 \pm \sqrt{1-4}}{1} = 1 \pm \sqrt{3}i$. 故に与えられた方程式の解は $-2, 1 \pm \sqrt{3}i$.