

§ 3.8 無理方程式

問題 3.8.1 方程式 $\sqrt{25-x^2}+x=1$ より, $\sqrt{25-x^2}=1-x$, $25-x^2=(1-x)^2$, $x^2-x-12=0$, $(x-4)(x+3)=0$, $x=4$ または $x=-3$. $x=4$ のとき, $\sqrt{25-x^2}+x \neq 1$, つまり与えられた方程式は成り立たない. $x=-3$ のとき $\sqrt{25-x^2}+x=1$, つまり与えられた方程式は成り立つ. 故に与えられた方程式の解は -3 だけである.

問題 3.8.2 方程式 $2-\sqrt{7-6k}=k$ より, $\sqrt{7-6k}=2-k$, $7-6k=(2-k)^2$, $k^2+2k-3=0$, $(k-1)(k+3)=0$, $k=1$ または $k=-3$. $k=1$ のときも $k=-3$ のときも, $2-\sqrt{7-6k}=k$, つまり与えられた方程式は成り立つ. 故に与えられた方程式の解は 1 と -3 とである.

問題 3.8.3 与えられた方程式より, $\sqrt{21-4a}=a-6$, $21-4a=(a-6)^2$, $21-4a=a^2-12a+36$, $a^2-8a+15=0$. $(a-3)(a-5)=0$, $a=3$ または $a=5$. $a=3$ のときも $a=5$ のときも, $a-\sqrt{21-4a} \neq 6$, つまり与えられた方程式は成り立たない. 故に与えられた方程式の解は無い.