

§ 3.9 連立方程式

問題 3.9.1 $4x + 2y - z = 1$ と $7x - 4y + 8z = 2$ とより y を消去すると $15x + 6z = 4$.
 $4x + 2y - z = 1$ と $3x - 6y + 5z = 5$ とより y を消去すると $15x + 2z = 8$. この2つの式
 から x を消去すると $4z = -4$, 従つて $z = -1$. $15x + 2z = 8$ より $x = \frac{8 - 2z}{15} = \frac{2}{3}$.
 $4x + 2y - z = 1$ より $y = \frac{1 - 4x + z}{2} = -\frac{4}{3}$. 与えられた連立方程式を解くと, $x = \frac{2}{3}$ かつ
 $y = -\frac{4}{3}$ かつ $z = -1$.

問題 3.9.2 $2x + 3y = -1$ より $y = -\frac{2x + 1}{3}$. この等式と $2x^2 - 3y^2 = 3x + 10y + 13$ とより,
 $2x^2 - 3\left(-\frac{2x + 1}{3}\right)^2 = 3x + 10\left(-\frac{2x + 1}{3}\right) + 13$, $2x^2 - 3\frac{4x^2 + 4x + 1}{9} = 3x - \frac{20x + 10}{3} + 13$,
 $6x^2 - 4x^2 - 4x - 1 = 9x - 20x - 10 + 39$, $2x^2 + 7x - 30 = 0$, $(x + 6)(2x - 5) = 0$, 従つて
 $x = -6$ または $x = \frac{5}{2}$. $y = -\frac{2x + 1}{3}$ なので, $x = -6$ のとき $y = \frac{11}{3}$, $x = \frac{5}{2}$ のとき
 $y = -2$. 故に, 与えられた連立方程式を解くと, $x = -6$ かつ $y = \frac{11}{3}$, または, $x = \frac{5}{2}$ かつ
 $y = -2$.

問題 3.9.3 $x + 3y = 2$ より $x = 2 - 3y$. この等式と $x^2 + 2xy = 3x + 7y + 4$ とよ
 り, $(2 - 3y)^2 + 2y(2 - 3y) = 3(2 - 3y) + 7y + 4$, $4 - 12y + 9y^2 + 4y - 6y^2 = 6 - 9y + 7y + 4$,
 $3y^2 - 6y - 6 = 0$, $\frac{1}{2}y^2 - y - 1 = 0$, $y = 1 \pm \sqrt{1 + 2} = 1 \pm \sqrt{3}$. $x = 2 - 3y$ なので,
 $y = 1 \pm \sqrt{3}$ のとき $x = 2 - 3y = 2 - 3(1 \pm \sqrt{3}) = -1 \mp 3\sqrt{3}$ (複号同順) .
 与えられた連立方程式を解くと, $x = -1 \pm 3\sqrt{3}$ かつ $y = 1 \mp \sqrt{3}$ (複号同順) .

問題 3.9.4 $3a - 2b = 4$ より $a = \frac{2b + 4}{3}$. この等式と等式 $a^2 + 2ab - 2b^2 - 4b = 4$ とより,
 $\left(\frac{2b + 4}{3}\right)^2 + 2 \cdot \frac{2b + 4}{3} \cdot b - 2b^2 - 4b = 4$,
 $4b^2 + 16b + 16 + 12b^2 + 24b - 18b^2 - 36b = 36$,
 $-2b^2 + 4b - 20 = 0$,
 $\frac{1}{2}b^2 - b + 5 = 0$,
 $b = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5}}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 1 \pm \sqrt{-9} = 1 \pm \sqrt{9}i = 1 \pm 3i$.

$a = \frac{2b + 4}{3}$ なので,

$b = 1 \pm 3i$ のとき $a = a = \frac{2b + 4}{3} = \frac{2(1 \pm 3i) + 4}{3} = \frac{6 \pm \pm 6i}{3} = 2 \pm 2i$ (複号同順) .

与えられた連立方程式を解くと, $a = 2 \pm 2i$ かつ $b = 1 \pm 3i$ (複号同順) .