

§ 4.9 簡単な有理関数のグラフ

問題 4.9.1 H の各点 (x, y) は、関数 $y = \frac{2}{x}$ のグラフの点 $(t, \frac{2}{t})$ (t はある実数) を x の軸の向きに -3 だけ y 軸の向きに -4 だけ平行移動させた点 $(t-3, \frac{2}{t}-4)$ なので、
 $(x, y) = (t-3, \frac{2}{t}-4)$. $x = t-3$ なので $t = x+3$; $y = \frac{2}{t}-4$ なので $y = \frac{2}{x+3}-4$. 故
 に H をグラフとする関数は $y = -4 + \frac{2}{x+3}$ である.

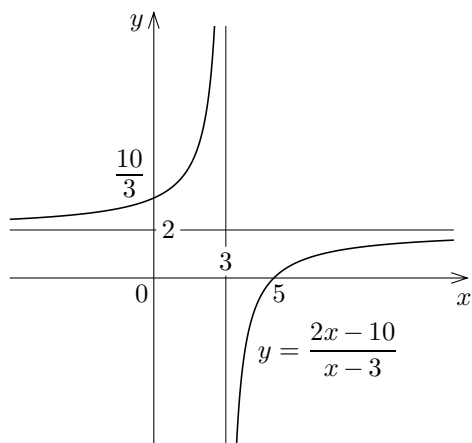
問題 4.9.2 関数 $y = \frac{4}{x}$ のグラフの漸近線である直線 $x = 0$ と直線 $y = 0$ とがそれぞれ直線 $x = 3$ と直線 $y = -2$ とに移動する平行移動で、各点は x の軸の向きに 3 だけ y 軸の向きに -2 だけ平行移動する. H の各点 (x, y) は、関数 $y = \frac{4}{x}$ のグラフの点 $(t, \frac{4}{t})$ (t はある実数) を x の軸の向きに 3 だけ y 座標の向きに -2 だけ平行移動させた点 $(t+3, \frac{4}{t}-2)$ である:
 $(x, y) = (t+3, \frac{4}{t}-2)$. $x = t+3$ なので $t = x-3$; $y = \frac{4}{t}-2$ なので $y = \frac{4}{x-3}-2$.
 故に H をグラフとする関数は $y = -2 + \frac{4}{x-3}$ である.

問題 4.9.3

$$y = \frac{2x-10}{x-3} = \frac{2(x-3)-4}{x-3} = 2 - \frac{4}{x-3}.$$

この関数のグラフは、関数 $y = -\frac{4}{x}$ のグラフを x 軸の向きに 3 だけ y 軸の向きに 2 だけ平行移動させた双曲線であり、その漸近線は直線 $x = 3$ と $y = 2$ とである.

$y = \frac{2x-10}{x-3}$ より、 $y = 0$ のとき $\frac{2x-10}{x-3} = 0$,
 よって $2x-10 = 0$ なので $x = 5$; このとき分母は 0 にならない. 従って $y = \frac{2x-10}{x-3}$ のグラフと x 軸との共有点は $(5, 0)$. また、 $x = 0$ のとき $y = \frac{10}{3}$ なので、 $y = \frac{2x-10}{x-3}$ のグラフと y 軸との共有点は $(0, \frac{10}{3})$ である.



問題 4.9.4

$$y = \frac{5x+22}{2x+6} = \frac{\frac{5}{2}(2x+6)+7}{2x+6} = \frac{5}{2} + \frac{7}{2(x+3)}$$

$$= \frac{5}{2} + \frac{7}{2(x+3)}.$$

従って、関数 $y = \frac{5x+6}{2x+6}$ のグラフの漸近線は直線 $x = -3$ と $y = \frac{5}{2}$ とである.

$y = 0$ のとき $\frac{5x+22}{2x+6} = 0$, よって $x = -\frac{22}{5}$;
 このとき分母は 0 にならない. 従って $y = \frac{5x+22}{2x+6}$

のグラフと x 軸との共有点は $(-\frac{22}{5}, 0)$. 更に、 $x = 0$ のとき $y = \frac{11}{3}$ なので、 $y = \frac{5x+22}{2x+6}$ のグラフと y 軸との共有点は $(0, \frac{11}{3})$ である.

