

## 第5章の補遺3 3次不等式の解法

### 問題 5.補遺3.1

(1) 不等式  $x^3 + 3 \geq$

$\frac{x}{2}(5x+1)$  を整理すると

$2x^3 - 5x^2 - x + 6 \geq 0$  , 左辺

を因数分解すると

$$(x+1)(x-2)(2x-3) \geq 0 .$$

$x$ の値	...	-1	...	$\frac{3}{2}$	...	2	...
$x+1$ の符号	-	0	+	+	+	+	+
$2x-3$ の符号	-	-	-	0	+	+	+
$x-2$ の符号	-	-	-	-	-	0	+
$(x+1)(x-2)(2x-3)$ の符号	-	0	+	0	-	0	+

この不等式を解くと,  $-1 \leq x \leq \frac{3}{2}$  または  $x \geq 2$  .

(2) 不等式  $3x^2(x-3) < 2x(x+2)$

を整理すると  $3x^3 - 11x^2 - 4x < 0$  ,

左辺を因数分解すると

$$x(x-4)(3x+1) < 0 .$$

この不等式を解くと,  $x < -\frac{1}{3}$  ま

たは  $0 < x < 4$  .

$x$ の値	...	$-\frac{1}{3}$	...	0	...	4	...
$3x+1$ の符号	-	0	+	+	+	+	+
$x$ の符号	-	-	-	0	+	+	+
$x-4$ の符号	-	-	-	-	-	0	+
$x(x-4)(3x+1)$ の符号	-	0	+	0	-	0	+

### 問題 5.補遺3.2

不等式  $x(x^2 - 7) > (x +$

$4)(x-3)$  を整理すると  $x^3 - x^2 - 8x + 12 > 0$  .

左辺を因数分解すると

$$(x-2)^2(x+3) > 0 .$$

この不等式を解くと,  $x > -3$  かつ  $x \neq 2$  .

$x$ の値	...	-3	...	2	...
$x+3$ の符号	-	0	+	+	+
$(x-2)^2$ の符号	+	+	+	0	+
$(x-2)^2(x+3)$ の符号	-	0	+	0	+

### 問題 5.補遺3.3

不等式  $\frac{x^2}{3}(x-2) \leq \frac{x-1}{2}$  を整理すると  $2x^3 - 4x^2 - 3x + 3 \leq 0$  , この不等式の左辺は

$$2x^3 - 4x^2 - 3x + 3 = (x+1)(2x^2 - 6x + 3) = 2(x+1) \left( x - \frac{3+\sqrt{3}}{2} \right) \left( x - \frac{3-\sqrt{3}}{2} \right) ,$$

よって  $(x+1) \left( x - \frac{3+\sqrt{3}}{2} \right) \left( x - \frac{3-\sqrt{3}}{2} \right) \leq 0$  . この不等式を解くと,  $x \leq -1$  または

$$\frac{3-\sqrt{3}}{2} \leq x \leq \frac{3+\sqrt{3}}{2} .$$