

第5章の補遺4 分数式が現れる不等式の解法

問題 5.補遺4

$$(1) \quad \frac{2}{x-2} - \frac{4}{3x+1} = \frac{2(3x+1) - 4(x-2)}{(3x+1)(x-2)} = \frac{2x+10}{(3x+1)(x-2)} = 2 \frac{x+5}{(3x+1)(x-2)} .$$

不等式 $\frac{x+5}{(3x+1)(x-2)} \geq 0$ を解く.

x の値	...	-5	...	$-\frac{1}{3}$...	2	...
$x+5$ の符号	-	0	+	+	+	+	+
$3x+1$ の符号	-	-	-	0	+	+	+
$x-2$ の符号	-	-	-	-	-	0	+
$\frac{x+5}{(3x+1)(x-2)}$ の符号	-	0	+	値なし	-	値なし	+

故に, $\frac{x+5}{(3x+1)(x-2)} \geq 0$ を解くと, $-5 \leq x < -\frac{1}{3}$ または $x > 2$.

$$(2) \quad \frac{15}{x-1} - (2x-1) = \frac{15 - (2x-1)(x-1)}{x-1} = \frac{-2x^2 + 3x + 14}{x-1} = -\frac{(x+2)(2x-7)}{x-1} .$$

不等式 $\frac{(x+2)(2x-7)}{x-1} \leq 0$ を解く.

x の値	...	-2	...	1	...	$\frac{7}{2}$...
$x+2$ の符号	-	0	+	+	+	+	+
$x-1$ の符号	-	-	-	0	+	+	+
$2x-7$ の符号	-	-	-	-	-	0	+
$\frac{(x+2)(2x-7)}{x-1}$ の符号	-	0	+	値なし	-	0	+

故に, $\frac{(x+2)(2x-7)}{x-1} \leq 0$ を解くと, $x \leq -2$ または $1 < x \leq \frac{7}{2}$.