

§ 7.1 関数の意味

問題 7.1.1

$$(1) \quad f(-2) = (-2)^3 - 4(-2)^2 = -8 - 16 = -24 .$$

$$(2) \quad \begin{aligned} f(2 - \sqrt{5}) &= (2 - \sqrt{5})^3 - 4(2 - \sqrt{5}) \\ &= 2^3 - 3 \cdot 2^2 \sqrt{5} + 3 \cdot 2 \sqrt{5}^2 - \sqrt{5}^3 - 4(2^2 - 2 \cdot 2 \sqrt{5} + \sqrt{5}^2) \\ &= 8 - 12\sqrt{5} + 30 - 5\sqrt{5} - 16 + 16\sqrt{5} - 20 \\ &= 2 - \sqrt{5} . \end{aligned}$$

$$(3) \quad \begin{aligned} f(a-2) &= (a-2)^3 - 4(a-2)^2 = a^3 - 3a^2 \cdot 2 + 3a \cdot 2^2 - 2^3 - 4(a^2 - 2 \cdot 2a + 2^2) \\ &= a^3 - 6a + 12a - 8 - 4a^2 + 16a - 16 \\ &= a^3 - 10a + 28a - 24 . \end{aligned}$$

問題 7.1.2

$$(1) \quad -\frac{19}{3} = -7 + \frac{2}{3} \quad \text{なので,} \quad g\left(-\frac{19}{3}\right) = -7 .$$

$$(2) \quad (3\sqrt{6})^2 = 3^2 \cdot 6 = 54 \quad \text{なので,} \quad 7^2 = 49 < (3\sqrt{6})^2 < 64 = 8^2, \quad 7 < 3\sqrt{6} < 8 . \quad \text{よって} \\ g(3\sqrt{6}) = 7 .$$

問題 7.1.3

f のグラフは集合 $\{(3,5), (4,2), (7,6)\}$ である。

問題 7.1.4

$G = \{(x, y) \mid x^3 = y\}$ なので,

$$\begin{aligned} (x-2, 7x-20) \in G &\iff (x-2, 7x-20) \in \{(x, y) \mid x^3 = y\} \iff (x-2)^3 = 7x-20 \\ &\iff a^3 - 6a^2 + 5a + 12 = 0 \iff (a+1)(a-3)(a-4) = 0 \\ &\iff a = -1 \quad \text{または} \quad a = 3 \quad \text{または} \quad a = 4 . \end{aligned}$$