

§ 9.4 指数・対数に関する方程式

問題 9.4.1 方程式 $5^{3y-5} = 40$ より, $\log_5 5^{3y-5} = \log_5 40$, $3y - 5 = \log_5 40$, よって

$$y = \frac{5 + \log_5 40}{3} = \frac{5 + \log_5 (2^3 \cdot 5)}{3} = \frac{5 + 1 + 3 \log_5 2}{3} = 2 + \log_5 2 .$$

問題 9.4.2 対数の式の真数は正なので $5a - 7 > 0$. 方程式 $2 \log_4 (5a - 7) = 3$ より,
 $\log_4 (5a - 7) = \frac{3}{2} = \log_4 4^{\frac{3}{2}} = \log_4 8$, $5a - 7 = 8$, $a = 3$. このとき $5a - 7 > 0$. 故に与えられた方程式を解くと $a = 3$.

問題 9.4.3 対数の式の真数は正なので, $x + 5 > 0$ かつ $x - 3 > 0$. 方程式
 $\log_3 (x + 5) + \log_3 (x - 3) = 2$ より, $\log_3 \{(x + 5)(x - 3)\} = \log_3 3^2$, $(x + 5)(x - 3) = 9$,
 $x + 2x - 24 = 0$, $(x - 4)(x + 6) = 0$, $x = 4$ または $x = -6$. $x + 5 > 0$ かつ $x - 3 > 0$ なので $x = 4$. 故に与えられた方程式を解くと $x = 4$.