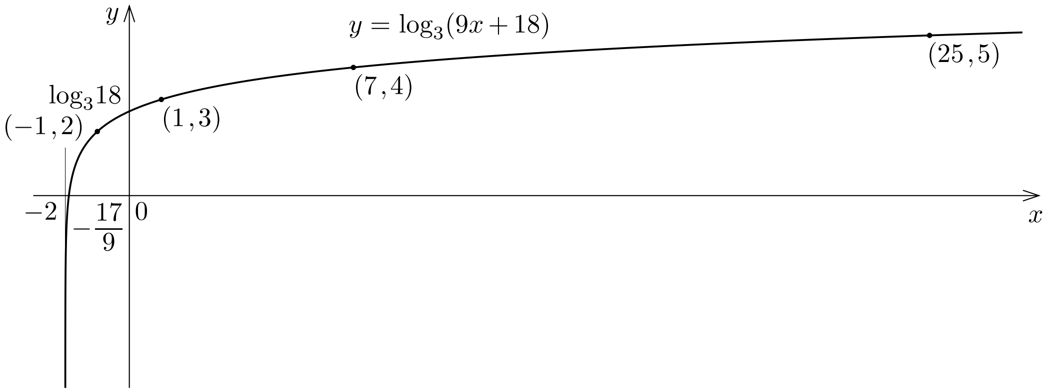
§9.7　対数関数との合成関数のグラフ

$\boxed{\text{問題 9.7.1}}$　変数 t を $t=9x+18$ とおく． $x=\dfrac{t-18}{9}=\dfrac{t}{9}-2$ ． $y=\log_3(9x+18)$ より $y=\log_3 t$ なので $t=3^y$ ． y の値に対する $t=3^y$ の値と $x=\dfrac{t}{9}-2$ の値との対応は右の表のようになる． この表より関数 $y=\log_3(9x+18)$ のグラフは以下のようになる． 漸近線を表す方程式は， $t=0$ つまり $9x+18=0$ なので， $x=-2$ である．

y	$t=3^y$	$x=\dfrac{t}{9}-2$
0	1	$-\dfrac{17}{9}$
1	3	$-\dfrac{5}{3}$
2	9	-1
3	3^3	1
4	3^4	7
5	3^5	25



$\boxed{\text{問題 9.7.2}}$　変数 t を $t=x-4$ とおく． $x=t+4$ ． $y=\log_{\frac{1}{2}}(x-4)+1=\log_{\frac{1}{2}}t+1$ なので $t=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{y-1}=(2^{-1})^{y-1}=2^{1-y}$ ． $\dfrac{33}{8}\leq x\leq 20$ のとき， $\dfrac{1}{8}\leq t\leq 16$ なので

$$\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{8}\geq\log_{\frac{1}{2}}t\geq\log_{\frac{1}{2}}16\ ,$$

$\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{8}=\log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=3$ ， $\log_{\frac{1}{2}}16=\dfrac{\log_2 16}{\log_2\dfrac{1}{2}}=-4$ なので， $-4\leq\log_{\frac{1}{2}}t\leq 3$ ， $-3\leq\log_{\frac{1}{2}}t+1\leq 4$ つまり $-3\leq y\leq 4$ ． この範囲で y の値に対する $t=2^{1-y}$ の値と $x=t+4$ の値との対応は右の表のようになる． 区間 $\left[\dfrac{33}{8},20\right]$ を定義域とする関数 $y=\log_{\frac{1}{2}}(x-4)+1$ のグラフは次のようになる．

y	$t=2^{1-y}$	$x=t+4$
-3	16	20
-2	8	12
-1	4	8
0	2	6
1	1	5
2	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{9}{2}$
3	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{17}{4}$
4	$\dfrac{1}{8}$	$\dfrac{33}{8}$