§9.8　常用対数

$\boxed{\text{問題 9.8.1}}$

$$\log_{10}9000 = \log_{10}(3^2\times 10^3) = \log_{10}3^2 + \log_{10}10^3 = 2\log_{10}3 + 3 \fallingdotseq 2\times 0.4771 + 3$$
$$= 3.9542\ .$$

$\boxed{\text{問題 9.8.2}}$

$$\log_{10}250 = \log_{10}\frac{1000}{4} = \log_{10}10^3 - \log_{10}2^2 \fallingdotseq 3 - 2\times 0.3010$$
$$= 2.3980\ .$$

$\boxed{\text{問題 9.8.3}}$

$$\log_{10}15 = \log_{10}\frac{3\times 10}{2} = \log_{10}3 + \log_{10}10 - \log_{10}2 \fallingdotseq 0.4771 + 1 - 0.3010$$
$$= 1.1761\ .$$

$\boxed{\text{問題 9.8.4}}$

$$\log_2 9000 = \frac{\log_{10}9000}{\log_{10}2} = \frac{\log_{10}3^2 + \log_{10}10^3}{\log_{10}2} = \frac{2\log_{10}3 + 3}{\log_{10}2} \fallingdotseq \frac{2\cdot\frac{19}{40} + 3}{\frac{3}{10}} = \frac{38 + 120}{12}$$
$$= \frac{79}{6}\ .$$

$\boxed{\text{問題 9.8.5}}$

$$\log_{10}3^{20} = 20\log_{10}3 \fallingdotseq 20\times 0.4771 = 9.542\ .$$

よって $9 \le \log_{10}3^{20} < 10$ なので, $10^9 \le 3^{20} < 10^{10}$, 従って 3^{20} は10桁の自然数である.

$\boxed{\text{問題 9.8.6}}$

$$\log_{10}20^{10} = 10\log_{10}20 = 10(\log_{10}10 + \log_{10}2) \fallingdotseq 10\times(1 + 0.3010) = 13.010\ .$$

よって $13 \le \log_{10}20^{10} < 14$ なので, $10^{13} \le 20^{10} < 10^{14}$, 従って 20^{10} は14桁の自然数である.