7.0　変数の微分

関数 φ に対して $y = \varphi(x)$ である変数 x, y を考えるとき，x を独立変数といい，y を従属変数という.

関数 φ に対して $y=\varphi(x)$ である変数 x, y を考えるとき，x を独立変数といい，y を従属変数という．独立変数 x の微分とは，x に付随する新しい一つの変数 dx のことである．独立変数 x の微分 dx について $dx \neq 0$ とする．

関数 φ に対して $y=\varphi(x)$ である変数 x, y を考えるとき，x を独立変数といい，y を従属変数という．独立変数 x の微分とは，x に付随する新しい一つの変数 dx のことである．独立変数 x の微分 dx について $dx \neq 0$ とする．また，独立変数 x 及び微分可能な関数 φ に対して，$\varphi(x)$ の微分 $d\varphi(x)$ を次のように定義する：

$$d\varphi(x) = \varphi'(x)\,dx \ .$$

関数 φ に対して $y=\varphi(x)$ である変数 x, y を考えるとき，x を独立変数といい，y を従属変数という．独立変数 x の微分とは，x に付随する新しい一つの変数 dx のことである．独立変数 x の微分 dx について $dx \neq 0$ とする．また，独立変数 x 及び微分可能な関数 φ に対して，$\varphi(x)$ の微分 $d\varphi(x)$ を次のように定義する：

$$d\varphi(x) = \varphi'(x)\,dx \ .$$

従って，$y=\varphi(x)$ である従属変数 y の微分 dy は次のようになる：

$$dy = d\varphi(x) = \varphi'(x)\,dx \ .$$

独立変数 x 及び微分可能な関数 φ に対して従属変数 y を $y=\varphi(x)$ とおくとき,

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\mathit{\Delta} x\to 0}\frac{\mathit{\Delta} y}{\mathit{\Delta} x} = \lim_{\mathit{\Delta} x\to 0}\frac{\mathit{\Delta}\varphi(x)}{\mathit{\Delta} x} = \lim_{\mathit{\Delta} x\to 0}\frac{\varphi(x+\mathit{\Delta} x)-\varphi(x)}{\mathit{\Delta} x} = \varphi'(x) \ ;$$

独立変数 x 及び微分可能な関数 φ に対して従属変数 y を $y=\varphi(x)$ とおくとき，

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\mathit{\Delta} x \to 0} \frac{\mathit{\Delta} y}{\mathit{\Delta} x} = \lim_{\mathit{\Delta} x \to 0} \frac{\mathit{\Delta} \varphi(x)}{\mathit{\Delta} x} = \lim_{\mathit{\Delta} x \to 0} \frac{\varphi(x+\mathit{\Delta} x)-\varphi(x)}{\mathit{\Delta} x} = \varphi'(x) \ ;$$

このように，微分係数 $\dfrac{dy}{dx}$ は商 $\dfrac{\mathit{\Delta} y}{\mathit{\Delta} x}$ の極限値であって商ではない．

独立変数 x 及び微分可能な関数 φ に対して従属変数 y を $y=\varphi(x)$ とおくとき,

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\varDelta x\to 0}\frac{\varDelta y}{\varDelta x} = \lim_{\varDelta x\to 0}\frac{\varDelta\varphi(x)}{\varDelta x} = \lim_{\varDelta x\to 0}\frac{\varphi(x+\varDelta x)-\varphi(x)}{\varDelta x} = \varphi'(x)\ ;$$

このように,微分係数 $\dfrac{dy}{dx}$ は商 $\dfrac{\varDelta y}{\varDelta x}$ の極限値であって商ではない.しかし,変数 x の微分 dx と変数 y の微分 dy とを考えると,導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ はあたかも dy を dx で割るときの商であるかのように扱える.

独立変数 x 及び微分可能な関数 φ に対して従属変数 y を $y=\varphi(x)$ とおくとき，

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\varDelta x\to 0}\frac{\varDelta y}{\varDelta x} = \lim_{\varDelta x\to 0}\frac{\varDelta\varphi(x)}{\varDelta x} = \lim_{\varDelta x\to 0}\frac{\varphi(x+\varDelta x)-\varphi(x)}{\varDelta x} = \varphi'(x)\ ;$$

このように，微分係数 $\dfrac{dy}{dx}$ は商 $\dfrac{\varDelta y}{\varDelta x}$ の極限値であって商ではない．しかし，変数 x の微分 dx と変数 y の微分 dy とを考えると，導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ はあたかも dy を dx で割るときの商であるかのように扱える．

定理　変数 y が変数 x の微分可能な関数であるとき，導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ 及び関数 f と g 及び x の微分 dx 及び y の微分 dy について，

$$g(y)\frac{dy}{dx} = f(x) \iff g(y)\,dy = f(x)\,dx\ .$$

定積分の式 $\int_a^b f(x)\,dx$ 及び不定積分の式 $\int f(x)\,dx$ の中に現われる dx は, 実は変数 x の微分である.