2.1 関数の極限

$\boxed{\text{例}}$ 2 以外の実数の全体を定義域とする関数 ψ を次のように定める:

$$\psi(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} \quad (\ x \neq 2 \ ) .$$

$\boxed{\text{例}}$ 2 以外の実数の全体を定義域とする関数 ψ を次のように定める：

$$\psi(x) = \frac{x^2+x-6}{x-2} \quad (\ x \neq 2\ ).$$

2 以外の任意の実数 x に対して $\psi(x)$ の値があるので，$x \neq 2$ として x の値を 2 に近づけていくときの $\psi(x)$ の値を考えることができる.

$\boxed{例}$ 2 以外の実数の全体を定義域とする関数 ψ を次のように定める：
$\psi(x) = \dfrac{x^2+x-6}{x-2}$ （ $x \neq 2$ ）． 2 以外の任意の実数 x に対して $\psi(x)$ の値があるので， $x \neq 2$ として x の値を 2 に近づけていくときの $\psi(x)$ の値を考えることができる． x の値を 2 より大きい範囲で 2 に近づけていく：

$\boxed{\text{例}}$ 2 以外の実数の全体を定義域とする関数 ψ を次のように定める：$\psi(x) = \dfrac{x^2+x-6}{x-2}$ （ $x \neq 2$ ）． 2 以外の任意の実数 x に対して $\psi(x)$ の値があるので， $x \neq 2$ として x の値を 2 に近づけていくときの $\psi(x)$ の値を考えることができる． x の値を 2 より大きい範囲で 2 に近づけていく：

$$x = 2.1 \text{ のとき } \quad \psi(x) = \frac{2.1^2+2.1-6}{2.1-2} = 5.1 \ ,$$

$$x = 2.001 \text{ のとき } \quad \psi(x) = \frac{2.001^2+2.001-6}{2.001-2} = 5.001 \ ,$$

$$x = 2.00001 \text{ のとき } \quad \psi(x) = \frac{2.00001^2+2.00001-6}{2.00001-2} = 5.00001 \ ,$$

$$\vdots \quad .$$

$\boxed{\text{例}}$ 2 以外の実数の全体を定義域とする関数 ψ を次のように定める: $\psi(x) = \dfrac{x^2+x-6}{x-2}$ ($x \neq 2$). 2 以外の任意の実数 x に対して $\psi(x)$ の値があるので, $x \neq 2$ として x の値を 2 に近づけていくときの $\psi(x)$ の値を考えることができる. x の値を 2 より大きい範囲で 2 に近づけていく:

$$x = 2.1 \text{ のとき } \quad \psi(x) = \frac{2.1^2+2.1-6}{2.1-2} = 5.1 \ ,$$

$$x = 2.001 \text{ のとき } \quad \psi(x) = \frac{2.001^2+2.001-6}{2.001-2} = 5.001 \ ,$$

$$x = 2.00001 \text{ のとき } \quad \psi(x) = \frac{2.00001^2+2.00001-6}{2.00001-2} = 5.00001 \ ,$$

$$\vdots \quad .$$

このように, 変数 x の値を 2 より大きい範囲で 2 に近づけていくと, $\psi(x)$ の値は 5 に近づいていく.

$\boxed{\text{例}}$ 2 以外の実数の全体を定義域とする関数 ψ を次のように定める：

$\psi(x) = \dfrac{x^2+x-6}{x-2}$ （ $x \neq 2$ ）． 2 以外の任意の実数 x に対して $\psi(x)$ の値があるので， $x \neq 2$ として x の値を 2 に近づけていくときの $\psi(x)$ の値を考えることができる． x の値を 2 より小さい範囲で 2 に近づけていく：

$\boxed{\text{例}}$ 2 以外の実数の全体を定義域とする関数 ψ を次のように定める：$\psi(x) = \dfrac{x^2+x-6}{x-2}$ （ $x \neq 2$ ）． 2 以外の任意の実数 x に対して $\psi(x)$ の値があるので， $x \neq 2$ として x の値を 2 に近づけていくときの $\psi(x)$ の値を考えることができる． x の値を 2 より小さい範囲で 2 に近づけていく：

$$x = 1.9 \text{ のとき } \quad \psi(x) = \frac{1.9^2+1.9-6}{1.9-2} = 4.9 \ ,$$

$$x = 1.999 \text{ のとき } \quad \psi(x) = \frac{1.999^2+1.999-6}{1.999-2} = 4.999 \ ,$$

$$x = 1.99999 \text{ のとき } \quad \psi(x) = \frac{1.99999^2+1.99999-6}{1.99999-2} = 4.99999 \ ,$$

$$\vdots \quad .$$

$\boxed{\text{例}}$ 2 以外の実数の全体を定義域とする関数 ψ を次のように定める：
$\psi(x) = \dfrac{x^2+x-6}{x-2}$ （ $x \neq 2$ ）． 2 以外の任意の実数 x に対して $\psi(x)$ の値があるので，$x \neq 2$ として x の値を 2 に近づけていくときの $\psi(x)$ の値を考えることができる． x の値を 2 より小さい範囲で 2 に近づけていく：

$$x = 1.9 \text{ のとき } \quad \psi(x) = \frac{1.9^2+1.9-6}{1.9-2} = 4.9 \ ,$$

$$x = 1.999 \text{ のとき } \quad \psi(x) = \frac{1.999^2+1.999-6}{1.999-2} = 4.999 \ ,$$

$$x = 1.99999 \text{ のとき } \quad \psi(x) = \frac{1.99999^2+1.99999-6}{1.99999-2} = 4.99999 \ ,$$

$$\vdots \quad .$$

このように，変数 x の値を 2 より小さい範囲で 2 に近づけていくと，$\psi(x)$ の値は 5 に近づいていく．

このように，変数 x の値を 2 に限りなく近づけていくと $\psi(x)$ の値が 5 に限りなく近づいていくとき，変数 x の値を 2 に限りなく近づけるとき $\psi(x)$ は 5 に収束する，または，$x \to 2$ のとき $\psi(x)$ は 5 に収束するといい，5 を $\psi(x)$ の極限（値）という；この極限（値）を $\lim_{x\to 2}\psi(x)$ と書き表す：

$$\lim_{x\to 2}\psi(x) = 5 \ .$$

終

一般的に述べる.

一般的に述べる．関数 f 及び定数 a について，a を除く f の定義域の内で a に限りなく近づくことができて，

一般的に述べる．関数 f 及び定数 a について，a を除く f の定義域の内で a に限りなく近づくことができて，

a を除く f の定義域の実数を表す変数 x の値を a に限りなく近づけると f の値 $f(x)$ が唯一つの定数 c に限りなく近づく

とき，x の値を a に限りなく近づけると $f(x)$ は c に収束する，または，$x \to a$ のとき $f(x)$ は c に収束するといい，次のように書き表す：

$$x \to a \text{ のとき } f(x) \to c\ .$$

一般的に述べる．関数 f 及び定数 a について，a を除く f の定義域の内で a に限りなく近づくことができて，

a を除く f の定義域の実数を表す変数 x の値を a に限りなく近づけると f の値 $f(x)$ が唯一つの定数 c に限りなく近づく

とき，x の値を a に限りなく近づけると $f(x)$ は c に収束する，または，$x \to a$ のとき $f(x)$ は c に収束するといい，次のように書き表す：

$$x \to a \text{ のとき } f(x) \to c \ .$$

$x \to a$ のとき $f(x)$ が定数 c に収束するとき，c を $f(x)$ の極限（値）といい，$\lim_{x \to a} f(x)$ と書き表す：$\lim_{x \to a} f(x) = c$ ．

関数 f の独立変数 x 及び定数 a について，$x \to a$ のとき，変数 x の値は f の定義域に属す a 以外の実数なので，$x \neq a$ である．

関数 f の独立変数 x 及び定数 a について, $x \to a$ のとき, 変数 x の値は f の定義域に属す a 以外の実数なので, $x \neq a$ である.

$$\text{関数の独立変数 } x \text{ 及び定数 } a \text{ について, } x \to a \text{ のとき } x \neq a \text{ .}$$

関数 f の独立変数 x 及び定数 a について，$x \to a$ のとき，変数 x の値は f の定義域に属す a 以外の実数なので，$x \neq a$ である.

関数の独立変数 x 及び定数 a について，$x \to a$ のとき $x \neq a$.

更に，$x \to a$ のとき，x の値を a に限りなく近づけていくときの状況を考えるので，x の値は a から一定距離離れた実数でないとする.

関数 f 及び定数 a について，$x \to a$ のとき $f(x)$ がどんな定数にも収束しないとき，$x \to a$ のとき $f(x)$ は発散するという.

関数 f 及び定数 a について，$x \to a$ のとき $f(x)$ がどんな定数にも収束しないとき，$x \to a$ のとき $f(x)$ は発散するという．つまり次のようになる：

収束する ＝ 唯一つの実数に限りなく近づく ＝ 極限値がある ；

発散する ＝ 収束しない ＝ 極限値がない ．

関数 f 及び定数 a について，$x \to a$ のとき $f(x)$ がどんな定数にも収束しないとき，$x \to a$ のとき $f(x)$ は発散するという．つまり次のようになる：

収束する ＝ 唯一つの実数に限りなく近づく ＝ 極限値がある ;

発散する ＝ 収束しない ＝ 極限値がない .

$x \to a$ のとき $f(x)$ が発散するとき，極限を表す式 $\lim_{x \to a} f(x)$ の値は無い.