

3.2 関数の定数倍・和・差の微分法

次のことが基本になる：関数 φ について，変数 x の増分 Δx に対する $\varphi(x)$ の増分 $\Delta\varphi(x)$ は

$$\Delta\varphi(x) = \varphi(x + \Delta x) - \varphi(x) ;$$

関数 $\varphi(x)$ の導関数は

$$\frac{d}{dx}\varphi(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi(x)}{\Delta x} .$$

関数 $f(x)$ は微分可能であるとする.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x) .$$

関数 $f(x)$ は微分可能であるとする.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x) .$$

変数 x の増分 Δx に対する $f(x)$ の増分 $\Delta f(x)$ は

$$\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x) .$$

関数 $f(x)$ は微分可能であるとする.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x) .$$

変数 x の増分 Δx に対する $f(x)$ の増分 $\Delta f(x)$ は

$$\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x) .$$

x と無関係な定数 k に対して, 関数 $k f(x)$ の導関数

$$\frac{d}{dx} \{k f(x)\} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta \{k f(x)\}}{\Delta x}$$

を考える.

$$\frac{d}{dx} \varphi(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi(x)}{\Delta x}$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) .$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) .$$

x が $x + \Delta x$ に変化するとき, $k f(x)$ は $k f(x + \Delta x)$ に変化する (k は定数なので変化しない) ので,

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) .$$

x が $x + \Delta x$ に変化するとき, $k f(x)$ は $k f(x + \Delta x)$ に変化する (k は定数なので変化しない) ので, その増分 $\Delta\{k f(x)\}$ は

$$\Delta\{k f(x)\} = k f(x + \Delta x) - k f(x) .$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) .$$

x が $x + \Delta x$ に変化するとき, $k f(x)$ は $k f(x + \Delta x)$ に変化する (k は定数なので変化しない) ので, その増分 $\Delta\{k f(x)\}$ は

$$\Delta\{k f(x)\} = k f(x + \Delta x) - k f(x) = k\{f(x + \Delta x) - f(x)\} = k \Delta f(x) .$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) .$$

x が $x + \Delta x$ に変化するとき, $k f(x)$ は $k f(x + \Delta x)$ に変化する (k は定数なので変化しない) ので, その増分 $\Delta\{k f(x)\}$ は

$$\Delta\{k f(x)\} = k f(x + \Delta x) - k f(x) = k\{f(x + \Delta x) - f(x)\} = k \Delta f(x) .$$

よって

$$\frac{\Delta\{k f(x)\}}{\Delta x} = \frac{k \Delta f(x)}{\Delta x} = k \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} .$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) .$$

x が $x + \Delta x$ に変化するとき, $k f(x)$ は $k f(x + \Delta x)$ に変化する (k は定数なので変化しない) ので, その増分 $\Delta\{k f(x)\}$ は

$$\Delta\{k f(x)\} = k f(x + \Delta x) - k f(x) = k\{f(x + \Delta x) - f(x)\} = k \Delta f(x) .$$

よって

$$\frac{\Delta\{k f(x)\}}{\Delta x} = \frac{k \Delta f(x)}{\Delta x} = k \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} .$$

$\Delta x \rightarrow 0$ とする.

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) .$$

x が $x + \Delta x$ に変化するとき, $k f(x)$ は $k f(x + \Delta x)$ に変化する (k は定数なので変化しない) ので, その増分 $\Delta\{k f(x)\}$ は

$$\Delta\{k f(x)\} = k f(x + \Delta x) - k f(x) = k\{f(x + \Delta x) - f(x)\} = k \Delta f(x) .$$

よって

$$\frac{\Delta\{k f(x)\}}{\Delta x} = \frac{k \Delta f(x)}{\Delta x} = k \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} .$$

$\Delta x \rightarrow 0$ とする. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x)$ なので,

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) .$$

x が $x + \Delta x$ に変化するとき, $k f(x)$ は $k f(x + \Delta x)$ に変化する (k は定数なので変化しない) ので, その増分 $\Delta\{k f(x)\}$ は

$$\Delta\{k f(x)\} = k f(x + \Delta x) - k f(x) = k\{f(x + \Delta x) - f(x)\} = k \Delta f(x) .$$

よって

$$\frac{\Delta\{k f(x)\}}{\Delta x} = \frac{k \Delta f(x)}{\Delta x} = k \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} .$$

$\Delta x \rightarrow 0$ とする. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x)$ なので,

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\{k f(x)\}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left\{ k \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} \right\} = k \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = k \frac{d}{dx} f(x) .$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) .$$

x が $x + \Delta x$ に変化するとき, $k f(x)$ は $k f(x + \Delta x)$ に変化する (k は定数なので変化しない) ので, その増分 $\Delta\{k f(x)\}$ は

$$\Delta\{k f(x)\} = k f(x + \Delta x) - k f(x) = k\{f(x + \Delta x) - f(x)\} = k \Delta f(x) .$$

よって

$$\frac{\Delta\{k f(x)\}}{\Delta x} = \frac{k \Delta f(x)}{\Delta x} = k \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} .$$

$\Delta x \rightarrow 0$ とする. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x)$ なので,

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\{k f(x)\}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left\{ k \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} \right\} = k \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = k \frac{d}{dx} f(x) .$$

$\frac{d}{dx} \{k f(x)\} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\{k f(x)\}}{\Delta x}$ なので

$$\frac{d}{dx} \{k f(x)\} = k \frac{d}{dx} f(x) .$$

定理 微分可能な関数 $f(x)$ 及び変数 x と無関係な定数 k に対して, 関数 $k f(x)$ は微分可能であり,

$$\frac{d}{dx}\{k f(x)\} = k \frac{d}{dx}f(x) .$$

例 実数全体を定義域とする関数 f を $f(x) = \frac{\sin x}{2}$ と定める. f の導関数 f' を求める.

$$f'(x) = \frac{d}{dx} f(x) = \frac{d}{dx} \frac{\sin x}{2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2} \sin x \right)$$

例 実数全体を定義域とする関数 f を $f(x) = \frac{\sin x}{2}$ と定める. f の導関数 f' を求める.

定数 k に対して $\frac{d}{dx}\{k f(x)\} = k \frac{d}{dx} f(x)$.

$$f'(x) = \frac{d}{dx} f(x) = \frac{d}{dx} \frac{\sin x}{2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2} \sin x \right) = \frac{1}{2} \frac{d}{dx} \sin x$$

例 実数全体を定義域とする関数 f を $f(x) = \frac{\sin x}{2}$ と定める. f の導関数 f' を求める.

定数 k に対して $\frac{d}{dx}\{k f(x)\} = k \frac{d}{dx} f(x)$.

$$f'(x) = \frac{d}{dx} f(x) = \frac{d}{dx} \frac{\sin x}{2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2} \sin x \right) = \frac{1}{2} \frac{d}{dx} \sin x = \frac{1}{2} \cos x = \frac{\cos x}{2} . \quad \boxed{\text{終}}$$

$$\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$$

問3.2.1 区間 $(0, \infty)$ を定義域とする関数 g を $g(x) = \frac{5 \ln x}{3}$ と定める. g の導関数 g' を求めよ.

$$g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx} \frac{5 \ln x}{3} =$$

問3.2.1 区間 $(0, \infty)$ を定義域とする関数 g を $g(x) = \frac{5 \ln x}{3}$ と定める. g の導関数 g' を求めよ.

$$\begin{aligned} g'(x) &= \frac{d}{dx} g(x) = \frac{d}{dx} \frac{5 \ln x}{3} = \frac{5}{3} \frac{d}{dx} \ln x = \frac{5}{3} \frac{1}{x} \\ &= \frac{5}{3x} . \end{aligned}$$

終

関数 $f(x)$ と $g(x)$ とは微分可能であるとする.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x) , \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} g(x) .$$

関数 $f(x)$ と $g(x)$ とは微分可能であるとする.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x) , \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} g(x) .$$

変数 x の増分 Δx に対して, $f(x)$ の増分 $\Delta f(x)$ 及び $g(x)$ の増分 $\Delta g(x)$ は

$$\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x) , \quad \Delta g(x) = g(x + \Delta x) - g(x) .$$

関数 $f(x)$ と $g(x)$ とは微分可能であるとする.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x) , \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} g(x) .$$

変数 x の増分 Δx に対して, $f(x)$ の増分 $\Delta f(x)$ 及び $g(x)$ の増分 $\Delta g(x)$ は

$$\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x) , \quad \Delta g(x) = g(x + \Delta x) - g(x) .$$

関数 $f(x) + g(x)$ の導関数

$$\frac{d}{dx} \{f(x) + g(x)\} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta \{f(x) + g(x)\}}{\Delta x}$$

を考える.

$$\frac{d}{dx} \varphi(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi(x)}{\Delta x}$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) \ , \quad g(x + \Delta x) - g(x) = \Delta g(x) \ .$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) , \quad g(x + \Delta x) - g(x) = \Delta g(x) .$$

x が $x + \Delta x$ に変化するとき, $f(x) + g(x)$ は $f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x)$ に変化するので,

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) , \quad g(x + \Delta x) - g(x) = \Delta g(x) .$$

x が $x + \Delta x$ に変化するとき, $f(x) + g(x)$ は $f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x)$ に変化するので, その増分 $\Delta\{f(x) + g(x)\}$ は

$$\Delta\{f(x) + g(x)\} = f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x) - \{f(x) + g(x)\}$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) , \quad g(x + \Delta x) - g(x) = \Delta g(x) .$$

x が $x + \Delta x$ に変化するとき, $f(x) + g(x)$ は $f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x)$ に変化するので, その増分 $\Delta\{f(x) + g(x)\}$ は

$$\begin{aligned} \Delta\{f(x) + g(x)\} &= f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x) - \{f(x) + g(x)\} \\ &= f(x + \Delta x) - f(x) + g(x + \Delta x) - g(x) \end{aligned}$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) , \quad g(x + \Delta x) - g(x) = \Delta g(x) .$$

x が $x + \Delta x$ に変化するとき, $f(x) + g(x)$ は $f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x)$ に変化するので, その増分 $\Delta\{f(x) + g(x)\}$ は

$$\begin{aligned} \Delta\{f(x) + g(x)\} &= f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x) - \{f(x) + g(x)\} \\ &= f(x + \Delta x) - f(x) + g(x + \Delta x) - g(x) \\ &= \Delta f(x) + \Delta g(x) . \end{aligned}$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) , \quad g(x + \Delta x) - g(x) = \Delta g(x) .$$

x が $x + \Delta x$ に変化するとき, $f(x) + g(x)$ は $f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x)$ に変化するので, その増分 $\Delta\{f(x) + g(x)\}$ は

$$\begin{aligned}\Delta\{f(x) + g(x)\} &= f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x) - \{f(x) + g(x)\} \\ &= f(x + \Delta x) - f(x) + g(x + \Delta x) - g(x) \\ &= \Delta f(x) + \Delta g(x) .\end{aligned}$$

よって

$$\frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} = \frac{\Delta f(x) + \Delta g(x)}{\Delta x} = \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} + \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} .$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) , \quad g(x + \Delta x) - g(x) = \Delta g(x) .$$

x が $x + \Delta x$ に変化するとき, $f(x) + g(x)$ は $f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x)$ に変化するので, その増分 $\Delta\{f(x) + g(x)\}$ は

$$\begin{aligned}\Delta\{f(x) + g(x)\} &= f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x) - \{f(x) + g(x)\} \\ &= f(x + \Delta x) - f(x) + g(x + \Delta x) - g(x) \\ &= \Delta f(x) + \Delta g(x) .\end{aligned}$$

よって

$$\frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} = \frac{\Delta f(x) + \Delta g(x)}{\Delta x} = \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} + \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} .$$

$\Delta x \rightarrow 0$ とする.

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) , \quad g(x + \Delta x) - g(x) = \Delta g(x) .$$

x が $x + \Delta x$ に変化するとき, $f(x) + g(x)$ は $f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x)$ に変化するので, その増分 $\Delta\{f(x) + g(x)\}$ は

$$\begin{aligned}\Delta\{f(x) + g(x)\} &= f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x) - \{f(x) + g(x)\} \\ &= f(x + \Delta x) - f(x) + g(x + \Delta x) - g(x) \\ &= \Delta f(x) + \Delta g(x) .\end{aligned}$$

よって

$$\frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} = \frac{\Delta f(x) + \Delta g(x)}{\Delta x} = \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} + \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} .$$

$\Delta x \rightarrow 0$ とする. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x)$, $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} g(x)$ なので,

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) , \quad g(x + \Delta x) - g(x) = \Delta g(x) .$$

x が $x + \Delta x$ に変化するとき, $f(x) + g(x)$ は $f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x)$ に変化するので, その増分 $\Delta\{f(x) + g(x)\}$ は

$$\begin{aligned}\Delta\{f(x) + g(x)\} &= f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x) - \{f(x) + g(x)\} \\ &= f(x + \Delta x) - f(x) + g(x + \Delta x) - g(x) \\ &= \Delta f(x) + \Delta g(x) .\end{aligned}$$

よって

$$\frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} = \frac{\Delta f(x) + \Delta g(x)}{\Delta x} = \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} + \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} .$$

$\Delta x \rightarrow 0$ とする. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x)$, $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} g(x)$ なので,

$$\begin{aligned}\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left\{ \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} + \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} \right\} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} \\ &= \frac{d}{dx} f(x) + \frac{d}{dx} g(x) .\end{aligned}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} = \frac{d}{dx}f(x) + \frac{d}{dx}g(x) .$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} = \frac{d}{dx}f(x) + \frac{d}{dx}g(x) .$$

$$\frac{d}{dx}\{f(x) + g(x)\} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} \quad \text{なので}$$

$$\frac{d}{dx}\{f(x) + g(x)\} = \frac{d}{dx}f(x) + \frac{d}{dx}g(x) .$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} = \frac{d}{dx}f(x) + \frac{d}{dx}g(x) .$$

$$\frac{d}{dx}\{f(x) + g(x)\} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} \quad \text{なので}$$

$$\frac{d}{dx}\{f(x) + g(x)\} = \frac{d}{dx}f(x) + \frac{d}{dx}g(x) .$$

同様に $\frac{d}{dx}\{f(x) - g(x)\}$ を計算すると

$$\frac{d}{dx}\{f(x) - g(x)\} = \frac{d}{dx}f(x) - \frac{d}{dx}g(x) .$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} = \frac{d}{dx}f(x) + \frac{d}{dx}g(x) .$$

$$\frac{d}{dx}\{f(x) + g(x)\} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} \quad \text{なので}$$

$$\frac{d}{dx}\{f(x) + g(x)\} = \frac{d}{dx}f(x) + \frac{d}{dx}g(x) .$$

同様に $\frac{d}{dx}\{f(x) - g(x)\}$ を計算すると

$$\frac{d}{dx}\{f(x) - g(x)\} = \frac{d}{dx}f(x) - \frac{d}{dx}g(x) .$$

定理 微分可能な関数 $f(x)$ と $g(x)$ とに対して, 関数 $f(x) + g(x)$ と $f(x) - g(x)$ とは微分可能であり,

$$\frac{d}{dx}\{f(x) \pm g(x)\} = \frac{d}{dx}f(x) \pm \frac{d}{dx}g(x) \quad (\text{複号同順}) .$$

例 変数 x の関数 $y = x^3 + \ln x$ を微分する.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^3 + \ln x)$$

例 変数 x の関数 $y = x^3 + \ln x$ を微分する.

$$\frac{d}{dx} \{f(x) + g(x)\} = \frac{d}{dx} f(x) + \frac{d}{dx} g(x) .$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} (x^3 + \ln x) = \frac{d}{dx} x^3 + \frac{d}{dx} \ln x .$$

例 変数 x の関数 $y = x^3 + \ln x$ を微分する.

$$\frac{d}{dx}\{f(x) + g(x)\} = \frac{d}{dx}f(x) + \frac{d}{dx}g(x) .$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^3 + \ln x) = \frac{d}{dx}x^3 + \frac{d}{dx}\ln x = 3x^2 + \frac{1}{x} .$$

$$\frac{d}{dx}x^3 = 3x^2 \quad \frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$$

終

問3.2.2 変数 x の関数 $y = x^2 + \cos x$ を微分せよ.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^2 + \cos x) =$$

問3.2.2 変数 x の関数 $y = x^2 + \cos x$ を微分せよ.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^2 + \cos x) = \frac{d}{dx}x^2 + \frac{d}{dx}\cos x = 2x - \sin x .$$

終

例 変数の u の関数 $3u^2 - 5u + 7$ を微分する.

例 変数の u の関数 $3u^2 - 5u + 7$ を微分する.

$$\begin{aligned}\frac{d}{du}(3u^2 - 5u + 7) &= \frac{d}{du}(3u^2) - \frac{d}{du}(5u) + \frac{d}{du}7 \\ &= 3 \frac{d}{du}u^2 - 5 \frac{d}{du}u + 0 = 3 \cdot 2u - 5 \cdot 1 \\ &= 6u - 5 .\end{aligned}$$

終

問3.2.3 変数 y の関数 $2y^3 - 7y + 4$ を微分せよ.

$$\frac{d}{dy}(2y^3 - 7y + 4) =$$

問3.2.3 変数 y の関数 $2y^3 - 7y + 4$ を微分せよ.

$$\begin{aligned}\frac{d}{dy}(2y^3 - 7y + 4) &= \frac{d}{dy}(2y^3) - \frac{d}{dy}(7y) + \frac{d}{dy}4 \\ &= 2\frac{d}{dy}y^3 - 7\frac{d}{dy}y + \frac{d}{dy}4 = 2 \cdot 3y^2 - 7 \\ &= 6y^2 - 7 .\end{aligned}$$

終

例 実数全体を定義域とする関数 ψ を $\psi(x) = \frac{x^3 + 5\cos x}{4}$ と定める. 関数 ψ の導関数 ψ' を求める.

例 実数全体を定義域とする関数 ψ を $\psi(x) = \frac{x^3 + 5\cos x}{4}$ と定める. 関数 ψ の導関数 ψ' を求める.

$$\psi'(x) = \frac{d}{dx}\psi(x) = \frac{d}{dx} \frac{x^3 + 5\cos x}{4}$$

例 実数全体を定義域とする関数 ψ を $\psi(x) = \frac{x^3 + 5\cos x}{4}$ と定める. 関数 ψ の導関数 ψ' を求める.

$$\begin{aligned}\psi'(x) &= \frac{d}{dx}\psi(x) = \frac{d}{dx}\frac{x^3 + 5\cos x}{4} = \frac{1}{4}\frac{d}{dx}(x^3 + 5\cos x) \\ &= \frac{1}{4}\left(\frac{d}{dx}x^3 + 5\frac{d}{dx}\cos x\right) = \frac{1}{4}\{3x^2 + 5(-\sin x)\} \\ &= \frac{3x^2 - 5\sin x}{4} .\end{aligned}$$

終

問3.2.4 実数全体を定義域とする関数 φ を $\varphi(x) = \frac{4\sin x - 3x^2}{5}$ と定める.

関数 φ の導関数 φ' を求めよ.

$$\varphi'(x) = \frac{d}{dx}\varphi(x) = \frac{d}{dx} \frac{4\sin x - 3x^2}{5}$$

問3.2.4 実数全体を定義域とする関数 φ を $\varphi(x) = \frac{4\sin x - 3x^2}{5}$ と定める.

関数 φ の導関数 φ' を求めよ.

$$\begin{aligned}\varphi'(x) &= \frac{d}{dx}\varphi(x) = \frac{d}{dx} \frac{4\sin x - 3x^2}{5} = \frac{1}{5} \frac{d}{dx}(4\sin x - 3x^2) \\ &= \frac{1}{5} \left(4 \frac{d}{dx} \sin x - 3 \frac{d}{dx} x^2 \right) = \frac{1}{5} (4\cos x - 3 \cdot 2x) \\ &= \frac{4\cos x - 6x}{5} .\end{aligned}$$

終