

## 3.7 逆三角関数の導関数

逆三角関数について以下の性質が成り立つ.

各実数  $x$  について,  $\tan x$  の値があり,

$$\tan(\tan^{-1}x) = x .$$

$-1 \leq x \leq 1$  である各実数  $x$  について,  $\sin^{-1}x$  の値があり,

$$-\frac{\pi}{2} \leq \sin^{-1}x \leq \frac{\pi}{2} \text{ で,}$$

$$\sin(\sin^{-1}x) = x .$$

$-1 \leq x \leq 1$  である各実数  $x$  について,  $\cos^{-1}x$  の値があり,  $0 \leq \cos^{-1}x \leq \pi$

で,

$$\cos(\cos^{-1}x) = x .$$

正接関数  $\tan x$  の導関数は次のようになった：

$$\frac{d}{dx} \tan x = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x \quad ( \cos x \neq 0 ) .$$

変数  $x$  の逆正接関数  $y = \tan^{-1} x$  の導関数  $\frac{d}{dx} \tan^{-1} x = \frac{dy}{dx}$  を求める.

変数  $x$  の逆正接関数  $y = \tan^{-1} x$  の導関数  $\frac{d}{dx} \tan^{-1} x = \frac{dy}{dx}$  を求める.

$$\tan y = \tan(\tan^{-1} x) = x .$$

変数  $x$  の逆正接関数  $y = \tan^{-1} x$  の導関数  $\frac{d}{dx} \tan^{-1} x = \frac{dy}{dx}$  を求める.

$$\tan y = \tan(\tan^{-1} x) = x .$$

これを  $x$  で微分すると

$$\frac{d}{dx} \tan y = \frac{d}{dx} x .$$

変数  $x$  の逆正接関数  $y = \tan^{-1} x$  の導関数  $\frac{d}{dx} \tan^{-1} x = \frac{dy}{dx}$  を求める.

$$\tan y = \tan(\tan^{-1} x) = x .$$

これを  $x$  で微分すると

$$\frac{d}{dx} \tan y = \frac{d}{dx} x .$$

この等式の左辺は、微分公式  $\frac{d}{dx} \tan x = 1 + \tan^2 x$  より

$$\frac{d}{dx} \tan y = \frac{d}{dy} \tan y \cdot \frac{dy}{dx} = (1 + \tan^2 y) \frac{dy}{dx} ,$$

$$\frac{d}{dx} f(y) = \frac{d}{dy} f(y) \cdot \frac{dy}{dx}$$

変数  $x$  の逆正接関数  $y = \tan^{-1} x$  の導関数  $\frac{d}{dx} \tan^{-1} x = \frac{dy}{dx}$  を求める.

$$\tan y = \tan(\tan^{-1} x) = x .$$

これを  $x$  で微分すると

$$\frac{d}{dx} \tan y = \frac{d}{dx} x .$$

この等式の左辺は、微分公式  $\frac{d}{dx} \tan x = 1 + \tan^2 x$  より

$$\frac{d}{dx} \tan y = \frac{d}{dy} \tan y \cdot \frac{dy}{dx} = (1 + \tan^2 y) \frac{dy}{dx} ,$$

右辺は  $\frac{d}{dx} x = 1$  なので、 $(1 + \tan^2 y) \frac{dy}{dx} = 1$  , よって

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1 + \tan^2 y} .$$



変数  $x$  の逆正接関数  $y = \tan^{-1} x$  の導関数  $\frac{d}{dx} \tan^{-1} x = \frac{dy}{dx}$  を求める。

$$\tan y = \tan(\tan^{-1} x) = x .$$

これを  $x$  で微分すると

$$\frac{d}{dx} \tan y = \frac{d}{dx} x .$$

この等式の左辺は、微分公式  $\frac{d}{dx} \tan x = 1 + \tan^2 x$  より

$$\frac{d}{dx} \tan y = \frac{d}{dy} \tan y \cdot \frac{dy}{dx} = (1 + \tan^2 y) \frac{dy}{dx} ,$$

右辺は  $\frac{d}{dx} x = 1$  なので、 $(1 + \tan^2 y) \frac{dy}{dx} = 1$  , よって

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1 + \tan^2 y} .$$

$y = \tan^{-1} x$  より  $\tan y = \tan(\tan^{-1} x) = x$  なので、 $\frac{d}{dx} \tan^{-1} x = \frac{1}{1 + x^2}$  .

変数  $x$  の逆正弦関数  $y = \sin^{-1}x$  (  $-1 \leq x \leq 1$  ) の導関数  $\frac{d}{dx} \sin^{-1}x = \frac{dy}{dx}$  を求める.

変数  $x$  の逆正弦関数  $y = \sin^{-1}x$  (  $-1 \leq x \leq 1$  ) の導関数  $\frac{d}{dx} \sin^{-1}x = \frac{dy}{dx}$  を求める.

$$\sin y = \sin(\sin^{-1}x) = x .$$

変数  $x$  の逆正弦関数  $y = \sin^{-1}x$  (  $-1 \leq x \leq 1$  ) の導関数  $\frac{d}{dx} \sin^{-1}x = \frac{dy}{dx}$  を求める.

$$\sin y = \sin(\sin^{-1}x) = x .$$

これを  $x$  で微分すると

$$\frac{d}{dx} \sin y = \frac{d}{dx} x .$$

変数  $x$  の逆正弦関数  $y = \sin^{-1} x$  (  $-1 \leq x \leq 1$  ) の導関数  $\frac{d}{dx} \sin^{-1} x = \frac{dy}{dx}$  を求める.

$$\sin y = \sin(\sin^{-1} x) = x .$$

これを  $x$  で微分すると

$$\frac{d}{dx} \sin y = \frac{d}{dx} x .$$

この等式の左辺は

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \sin y &= \frac{d}{dy} \sin y \cdot \frac{dy}{dx} = \cos y \cdot \frac{dy}{dx} , \\ \frac{d}{dx} f(y) &= \frac{d}{dy} f(y) \cdot \frac{dy}{dx} \end{aligned}$$

変数  $x$  の逆正弦関数  $y = \sin^{-1} x$  ( $-1 \leq x \leq 1$ ) の導関数  $\frac{d}{dx} \sin^{-1} x = \frac{dy}{dx}$  を求める.

$$\sin y = \sin(\sin^{-1} x) = x .$$

これを  $x$  で微分すると

$$\frac{d}{dx} \sin y = \frac{d}{dx} x .$$

この等式の左辺は

$$\frac{d}{dx} \sin y = \frac{d}{dy} \sin y \cdot \frac{dy}{dx} = \cos y \cdot \frac{dy}{dx} ,$$

右辺は  $\frac{d}{dx} x = 1$  なので,  $\cos y \cdot \frac{dy}{dx} = 1$  , よって

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} .$$

変数  $x$  の逆正弦関数  $y = \sin^{-1} x$  について

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} .$$

$\cos y$  を  $x$  の式で表す.

変数  $x$  の逆正弦関数  $y = \sin^{-1} x$  について

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} .$$

$\cos y$  を  $x$  の式で表す.  $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$  ,  $\sin y = \sin(\sin^{-1} x) = x$  なので,



変数  $x$  の逆正弦関数  $y = \sin^{-1} x$  について

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} .$$

$\cos y$  を  $x$  の式で表す.  $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$  ,  $\sin y = \sin(\sin^{-1} x) = x$  なので,

$$\cos^2 y = 1 - \sin^2 y = 1 - x^2 ,$$

$$\cos y = \pm \sqrt{1 - x^2} .$$

変数  $x$  の逆正弦関数  $y = \sin^{-1} x$  について

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} .$$

$\cos y$  を  $x$  の式で表す.  $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$  ,  $\sin y = \sin(\sin^{-1} x) = x$  なので,

$$\cos^2 y = 1 - \sin^2 y = 1 - x^2 ,$$

$$\cos y = \pm \sqrt{1 - x^2} .$$

$-\frac{\pi}{2} \leq \sin^{-1} x \leq \frac{\pi}{2}$  つまり  $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$  より  $\cos y \geq 0$  なので,

$$\cos y = \sqrt{1 - x^2} .$$

変数  $x$  の逆正弦関数  $y = \sin^{-1} x$  について

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} .$$

$\cos y$  を  $x$  の式で表す.  $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$  ,  $\sin y = \sin(\sin^{-1} x) = x$  なので,

$$\cos^2 y = 1 - \sin^2 y = 1 - x^2 ,$$

$$\cos y = \pm \sqrt{1 - x^2} .$$

$-\frac{\pi}{2} \leq \sin^{-1} x \leq \frac{\pi}{2}$  つまり  $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$  より  $\cos y \geq 0$  なので,

$$\cos y = \sqrt{1 - x^2} .$$

故に

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} ,$$

変数  $x$  の逆正弦関数  $y = \sin^{-1} x$  について

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} .$$

$\cos y$  を  $x$  の式で表す.  $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$  ,  $\sin y = \sin(\sin^{-1} x) = x$  なので,

$$\cos^2 y = 1 - \sin^2 y = 1 - x^2 ,$$

$$\cos y = \pm \sqrt{1 - x^2} .$$

$-\frac{\pi}{2} \leq \sin^{-1} x \leq \frac{\pi}{2}$  つまり  $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$  より  $\cos y \geq 0$  なので,

$$\cos y = \sqrt{1 - x^2} .$$

故に

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} ,$$

$y = \sin^{-1} x$  なので  $\frac{d}{dx} \sin^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} .$

変数  $x$  の逆余弦関数  $y = \cos^{-1}x$  (  $-1 \leq x \leq 1$  ) の導関数  $\frac{d}{dx} \cos^{-1}x = \frac{dy}{dx}$  を求める.

変数  $x$  の逆余弦関数  $y = \cos^{-1}x$  (  $-1 \leq x \leq 1$  ) の導関数  $\frac{d}{dx} \cos^{-1}x = \frac{dy}{dx}$  を求める.

$$\cos y = \cos(\cos^{-1}x) = x .$$

変数  $x$  の逆余弦関数  $y = \cos^{-1} x$  (  $-1 \leq x \leq 1$  ) の導関数  $\frac{d}{dx} \cos^{-1} x = \frac{dy}{dx}$  を求める.

$$\cos y = \cos(\cos^{-1} x) = x .$$

$x$  で微分すると

$$\frac{d}{dx} \cos y = \frac{d}{dx} x .$$

変数  $x$  の逆余弦関数  $y = \cos^{-1} x$  (  $-1 \leq x \leq 1$  ) の導関数  $\frac{d}{dx} \cos^{-1} x = \frac{dy}{dx}$  を求める.

$$\cos y = \cos(\cos^{-1} x) = x .$$

$x$  で微分すると

$$\frac{d}{dx} \cos y = \frac{d}{dx} x .$$

この等式の左辺は

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \cos y &= \frac{d}{dy} \cos y \cdot \frac{dy}{dx} = -\sin y \cdot \frac{dy}{dx} , \\ \frac{d}{dx} f(y) &= \frac{d}{dy} f(y) \cdot \frac{dy}{dx} \end{aligned}$$



変数  $x$  の逆余弦関数  $y = \cos^{-1} x$  (  $-1 \leq x \leq 1$  ) の導関数  $\frac{d}{dx} \cos^{-1} x = \frac{dy}{dx}$  を求める.

$$\cos y = \cos(\cos^{-1} x) = x .$$

$x$  で微分すると

$$\frac{d}{dx} \cos y = \frac{d}{dx} x .$$

この等式の左辺は

$$\frac{d}{dx} \cos y = \frac{d}{dy} \cos y \cdot \frac{dy}{dx} = -\sin y \cdot \frac{dy}{dx} ,$$

右辺は  $\frac{d}{dx} x = 1$  なので,  $-\sin y \cdot \frac{dy}{dx} = 1$  , よって

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sin y} .$$

変数  $x$  の逆余弦関数  $y = \cos^{-1} x$  について

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sin y} .$$

$\sin y$  を  $x$  の式で表す.

変数  $x$  の逆余弦関数  $y = \cos^{-1} x$  について

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sin y} .$$

$\sin y$  を  $x$  の式で表す.  $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$  ,  $\cos y = \cos(\cos^{-1} x) = x$  なので,

変数  $x$  の逆余弦関数  $y = \cos^{-1} x$  について

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sin y} .$$

$\sin y$  を  $x$  の式で表す.  $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$  ,  $\cos y = \cos(\cos^{-1} x) = x$  なので,

$$\sin^2 y = 1 - \cos^2 y = 1 - x^2 ,$$

$$\sin y = \pm \sqrt{1 - x^2} .$$

変数  $x$  の逆余弦関数  $y = \cos^{-1} x$  について

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sin y} .$$

$\sin y$  を  $x$  の式で表す.  $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$  ,  $\cos y = \cos(\cos^{-1} x) = x$  なので,

$$\sin^2 y = 1 - \cos^2 y = 1 - x^2 ,$$

$$\sin y = \pm \sqrt{1 - x^2} .$$

$0 \leq \cos^{-1} x \leq \pi$  つまり  $0 \leq y \leq \pi$  より  $\sin y \geq 0$  なので,

$$\sin y = \sqrt{1 - x^2} .$$

変数  $x$  の逆余弦関数  $y = \cos^{-1} x$  について

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sin y} .$$

$\sin y$  を  $x$  の式で表す.  $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$  ,  $\cos y = \cos(\cos^{-1} x) = x$  なので,

$$\sin^2 y = 1 - \cos^2 y = 1 - x^2 ,$$

$$\sin y = \pm \sqrt{1 - x^2} .$$

$0 \leq \cos^{-1} x \leq \pi$  つまり  $0 \leq y \leq \pi$  より  $\sin y \geq 0$  なので,

$$\sin y = \sqrt{1 - x^2} .$$

故に

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sin y} = -\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} ,$$

変数  $x$  の逆余弦関数  $y = \cos^{-1} x$  について

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sin y} .$$

$\sin y$  を  $x$  の式で表す.  $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$  ,  $\cos y = \cos(\cos^{-1} x) = x$  なので,

$$\sin^2 y = 1 - \cos^2 y = 1 - x^2 ,$$

$$\sin y = \pm \sqrt{1 - x^2} .$$

$0 \leq \cos^{-1} x \leq \pi$  つまり  $0 \leq y \leq \pi$  より  $\sin y \geq 0$  なので,

$$\sin y = \sqrt{1 - x^2} .$$

故に

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sin y} = -\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} ,$$

$$y = \cos^{-1} x \text{ なので } \frac{d}{dx} \cos^{-1} x = -\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} .$$

**定理** 逆正接関数  $\tan^{-1}x$  の導関数は

$$\frac{d}{dx} \tan^{-1}x = \frac{1}{1+x^2} .$$

逆正弦関数  $\sin^{-1}x$  及び逆余弦関数  $\cos^{-1}x$  の導関数は、各々、

$$\frac{d}{dx} \sin^{-1}x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad ( -1 < x < 1 ) ,$$

$$\frac{d}{dx} \cos^{-1}x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad ( -1 < x < 1 ) .$$



**例** 実数全体を定義域とする関数  $f$  を  $f(x) = x^2 \tan^{-1} x$  と定める. 関数  $f$  の導関数  $f'$  を求める.

**例** 実数全体を定義域とする関数  $f$  を  $f(x) = x^2 \tan^{-1} x$  と定める. 関数  $f$  の導関数  $f'$  を求める.

$$f'(x) = \frac{d}{dx}(x^2 \tan^{-1} x) = \frac{d}{dx} x^2 \cdot \tan^{-1} x + x^2 \cdot \frac{d}{dx} \tan^{-1} x$$
$$\frac{d}{dx} \{f(x)g(x)\} = \frac{d}{dx} f(x) \cdot g(x) + f(x) \frac{d}{dx} g(x)$$

**例** 実数全体を定義域とする関数  $f$  を  $f(x) = x^2 \tan^{-1} x$  と定める. 関数  $f$  の導関数  $f'$  を求める.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{d}{dx}(x^2 \tan^{-1} x) = \frac{d}{dx} x^2 \cdot \tan^{-1} x + x^2 \cdot \frac{d}{dx} \tan^{-1} x \\ &= 2x \cdot \tan^{-1} x + x^2 \cdot \frac{1}{1+x^2} \\ &= 2x \tan^{-1} x + \frac{x^2}{x^2+1} . \end{aligned}$$

終

例 変数  $s$  の関数  $t = \frac{\sin^{-1} s}{s^2}$  を微分する.

例 変数  $s$  の関数  $t = \frac{\sin^{-1} s}{s^2}$  を微分する.

$$\frac{dt}{ds} = \frac{d}{ds} \frac{\sin^{-1} s}{s^2} = \frac{\frac{d}{ds} \sin^{-1} s \cdot s^2 - \sin^{-1} s \cdot \frac{d}{ds} s^2}{(s^2)^2}$$

$$\frac{d}{dx} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\frac{d}{dx} f(x) \cdot g(x) - f(x) \frac{d}{dx} g(x)}{g(x)^2}$$

例 変数  $s$  の関数  $t = \frac{\sin^{-1} s}{s^2}$  を微分する.

$$\begin{aligned}\frac{dt}{ds} &= \frac{d}{ds} \frac{\sin^{-1} s}{s^2} = \frac{\frac{d}{ds} \sin^{-1} s \cdot s^2 - \sin^{-1} s \cdot \frac{d}{ds} s^2}{(s^2)^2} \\ &= \frac{\frac{1}{\sqrt{1-s^2}} \cdot s^2 - \sin^{-1} s \cdot 2s}{s^4} = \frac{s^2 \frac{1}{\sqrt{1-s^2}}}{s^4} - \frac{2s \sin^{-1} s}{s^4} \\ &= \frac{1}{s^2 \sqrt{1-s^2}} - \frac{2 \sin^{-1} s}{s^3} .\end{aligned}$$

終

**問3.7.1** 変数  $u$  の関数  $v = \frac{\tan^{-1}u}{u^2 + 1}$  を微分せよ.

問3.7.1 変数  $u$  の関数  $v = \frac{\tan^{-1}u}{u^2 + 1}$  を微分せよ.

$$\begin{aligned}\frac{dv}{du} &= \frac{d}{du} \frac{\tan^{-1}u}{u^2 + 1} = \frac{\frac{d}{du} \tan^{-1}u \cdot (u^2 + 1) - \tan^{-1}u \cdot \frac{d}{du}(u^2 + 1)}{(u^2 + 1)^2} \\ &= \frac{\frac{1}{u^2 + 1} \cdot (u^2 + 1) - \tan^{-1}u \cdot 2u}{(u^2 + 1)^2} \\ &= \frac{1 - 2u \tan^{-1}u}{(u^2 + 1)^2} .\end{aligned}$$

終



**問3.7.2** 区間  $[-1, 1]$  を定義域とする関数  $g$  を  $g(x) = (1 - x^2)\sin^{-1}x$  と定める. 関数  $g$  の導関数  $g'$  を求めよ.

**問3.7.2** 区間  $[-1, 1]$  を定義域とする関数  $g$  を  $g(x) = (1 - x^2)\sin^{-1}x$  と定める. 関数  $g$  の導関数  $g'$  を求めよ.

$$\begin{aligned}g'(x) &= \frac{d}{dx}\{(1 - x^2)\sin^{-1}x\} = \frac{d}{dx}(1 - x^2) \cdot \sin^{-1}x + (1 - x^2) \frac{d}{dx}\sin^{-1}x \\&= -2x\sin^{-1}x + (1 - x^2) \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \\&= \sqrt{1 - x^2} - 2x\sin^{-1}x .\end{aligned}$$

終

例 変数  $x$  の関数  $\sin^{-1}x^2$  を微分せよ.

**例** 変数  $x$  の関数  $\sin^{-1}x^2$  を微分せよ.

変数  $y$  を  $y = x^2$  とおく.  $\sin^{-1}x^2 = \sin^{-1}y$  なので,

**例** 変数  $x$  の関数  $\sin^{-1}x^2$  を微分せよ.

変数  $y$  を  $y = x^2$  とおく.  $\sin^{-1}x^2 = \sin^{-1}y$  なので,

$$\frac{d}{dx}\sin^{-1}x^2 = \frac{d}{dx}\sin^{-1}y = \frac{d}{dy}\sin^{-1}y \cdot \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}f(y) = \frac{d}{dy}f(y) \cdot \frac{dy}{dx}$$

**例** 変数  $x$  の関数  $\sin^{-1}x^2$  を微分せよ.

変数  $y$  を  $y = x^2$  とおく.  $\sin^{-1}x^2 = \sin^{-1}y$  なので,

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}\sin^{-1}x^2 &= \frac{d}{dx}\sin^{-1}y = \frac{d}{dy}\sin^{-1}y \cdot \frac{dy}{dx} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} \cdot \frac{d}{dx}x^2 = \frac{1}{\sqrt{1-(x^2)^2}} \cdot 2x \\ &= \frac{2x}{\sqrt{1-x^4}}.\end{aligned}$$

**終**

問3.7.3 変数  $t$  の関数  $\tan^{-1}t^3$  を微分せよ.

問3.7.3 変数  $t$  の関数  $\tan^{-1}t^3$  を微分せよ.

変数  $x$  を  $x = t^3$  とおく.

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \tan^{-1}t^3 &= \frac{d}{dt} \tan^{-1}x = \frac{d}{dx} \tan^{-1}x \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{1}{1+x^2} \frac{d}{dt}t^3 = \frac{1}{1+(t^3)^2} 3t^2 \\ &= \frac{3t^2}{1+t^6} .\end{aligned}$$

終



問3.7.4 変数  $y$  の関数  $z = \sqrt{\cos^{-1}y}$  を微分せよ.

問3.7.4 変数  $y$  の関数  $z = \sqrt{\cos^{-1}y}$  を微分せよ.

変数  $t$  を  $t = \cos^{-1}y$  とおく.

$$\begin{aligned}\frac{dz}{dy} &= \frac{d}{dy} \sqrt{\cos^{-1}y} = \frac{d}{dy} \sqrt{t} = \frac{d}{dt} t^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{dt}{dy} \\ &= \frac{1}{2} t^{-\frac{1}{2}} \frac{d}{dy} \cos^{-1}y = \frac{1}{2\sqrt{\cos^{-1}y}} \cdot \left( -\frac{1}{\sqrt{1-y^2}} \right) \\ &= -\frac{1}{2\sqrt{(1-y^2)\cos^{-1}y}}.\end{aligned}$$

終