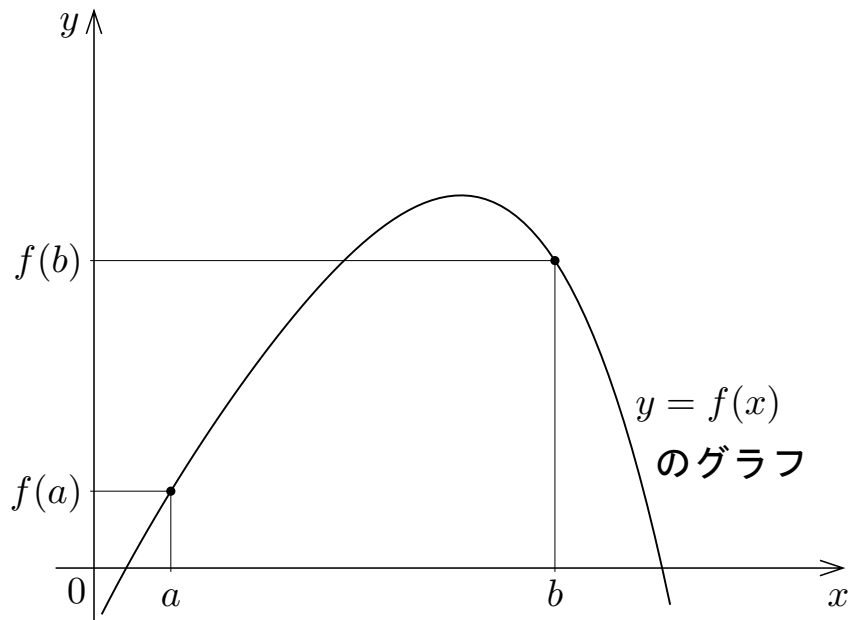
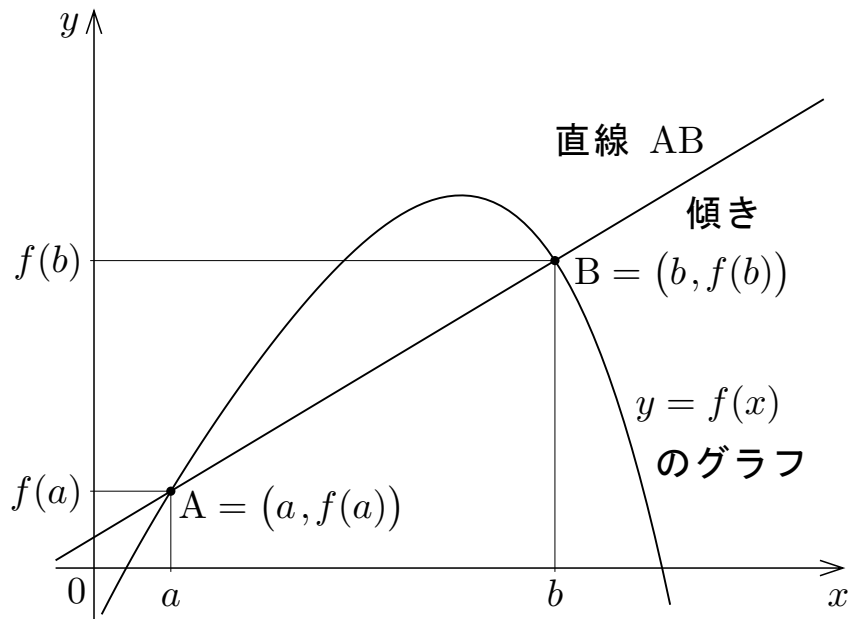


5.2 平均値の定理

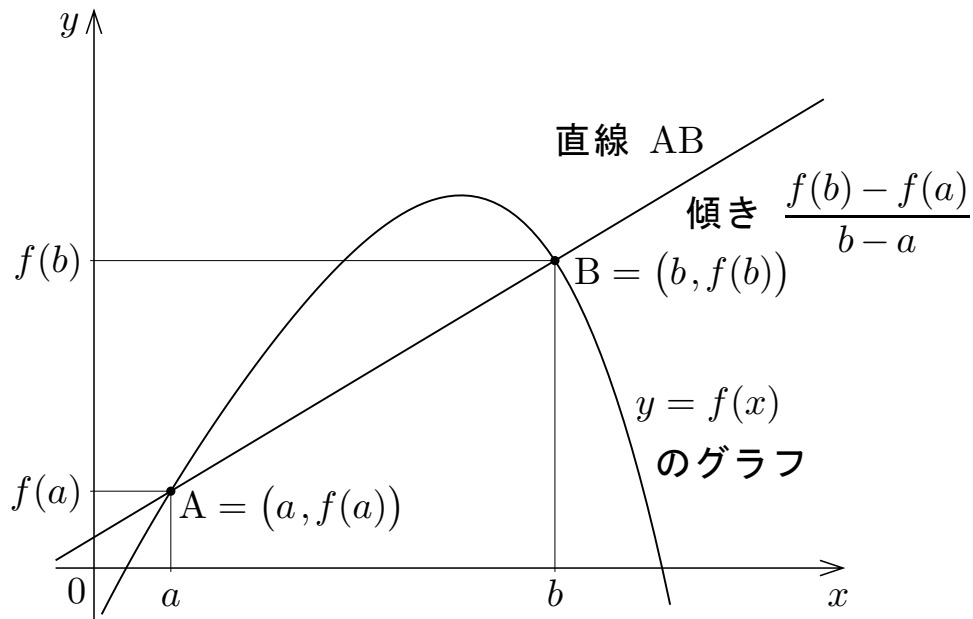
実数 a と b について $a < b$ で、関数 f は区間 $[a, b]$ において微分可能であるとする。



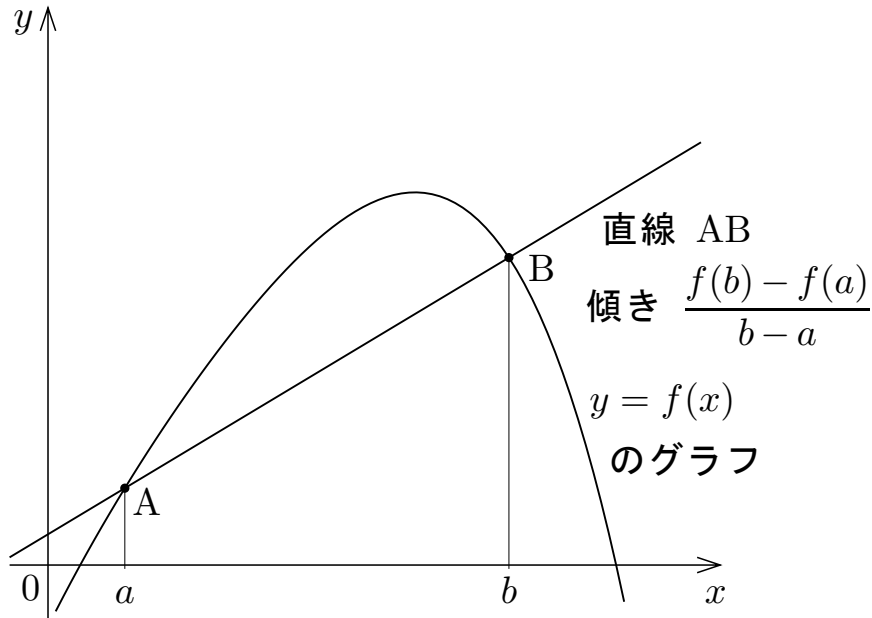
実数 a と b について $a < b$ で、関数 f は区間 $[a, b]$ において微分可能であるとする. xy 座標平面において、関数 f のグラフに属す異なる 2 点 $A = (a, f(a))$ と $B = (b, f(b))$ とが属す直線 AB の傾きは _____ である.



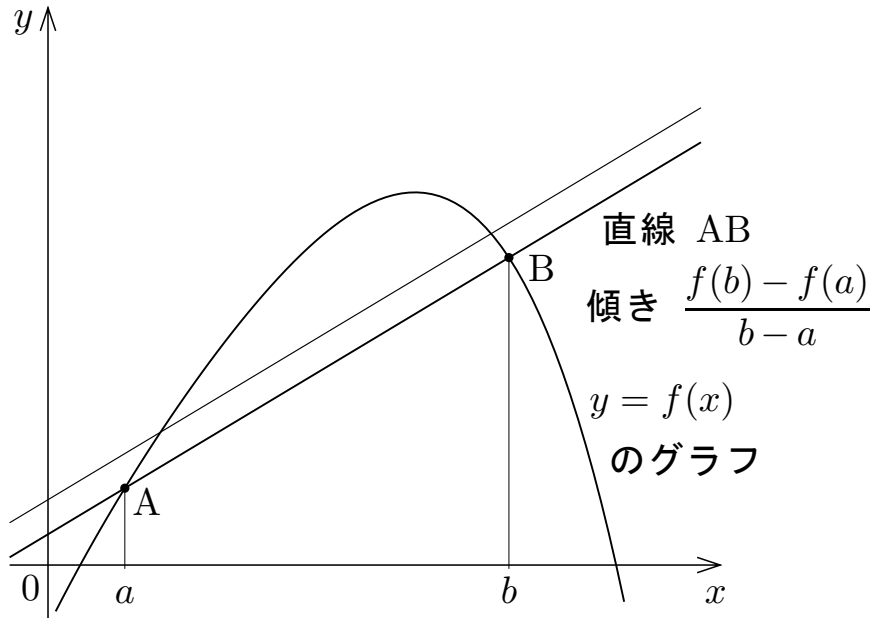
実数 a と b について $a < b$ で、関数 f は区間 $[a, b]$ において微分可能であるとする. xy 座標平面において、関数 f のグラフに属す異なる2点 $A = (a, f(a))$ と $B = (b, f(b))$ とが属す直線 AB の傾きは $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ である.



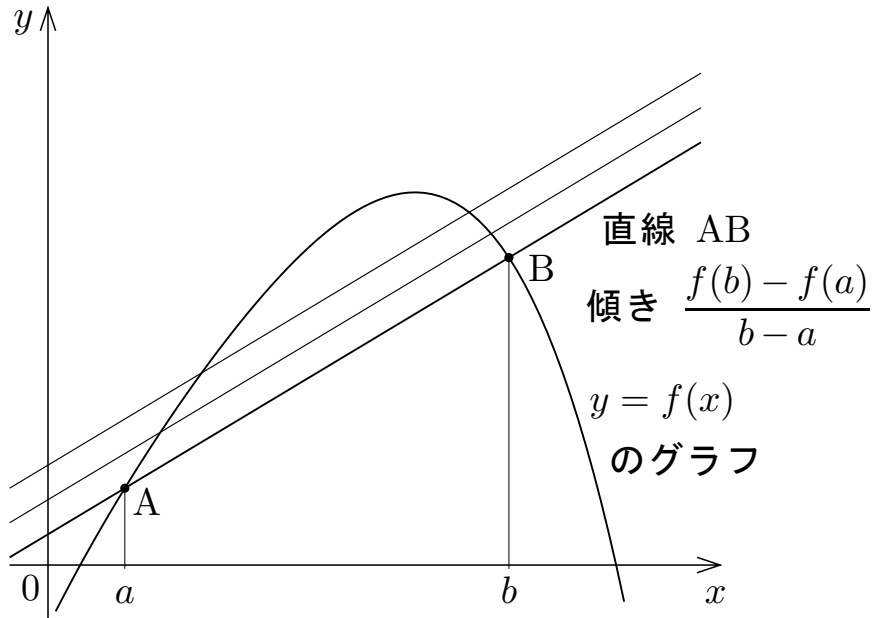
直線 AB に平行な直
線を色々考える.



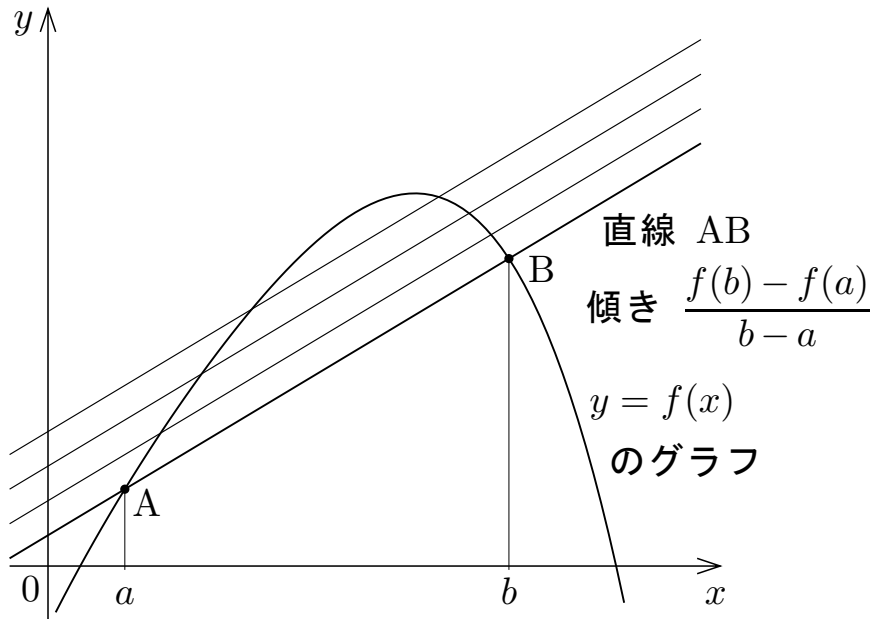
直線 AB に平行な直
線を色々考える.



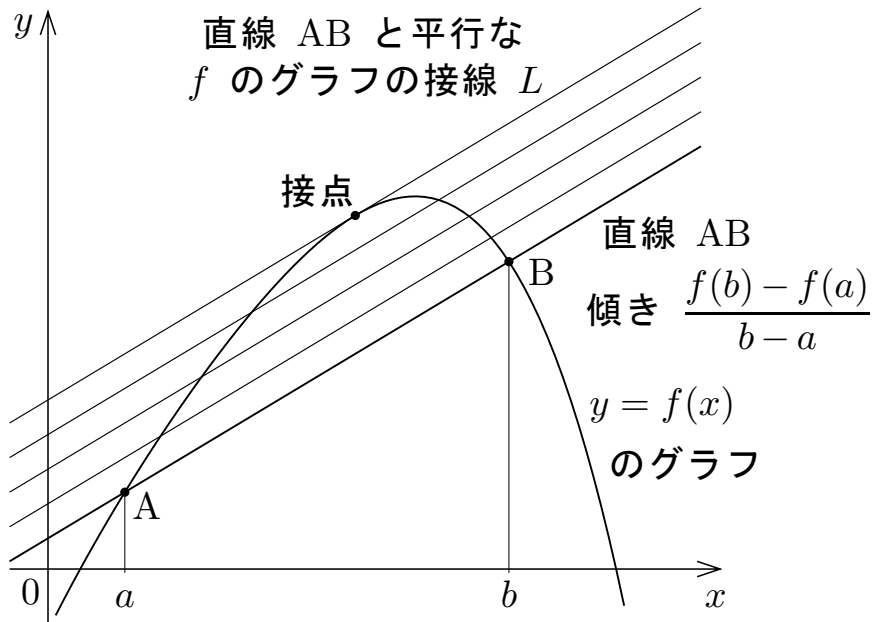
直線 AB に平行な直
線を色々考える.



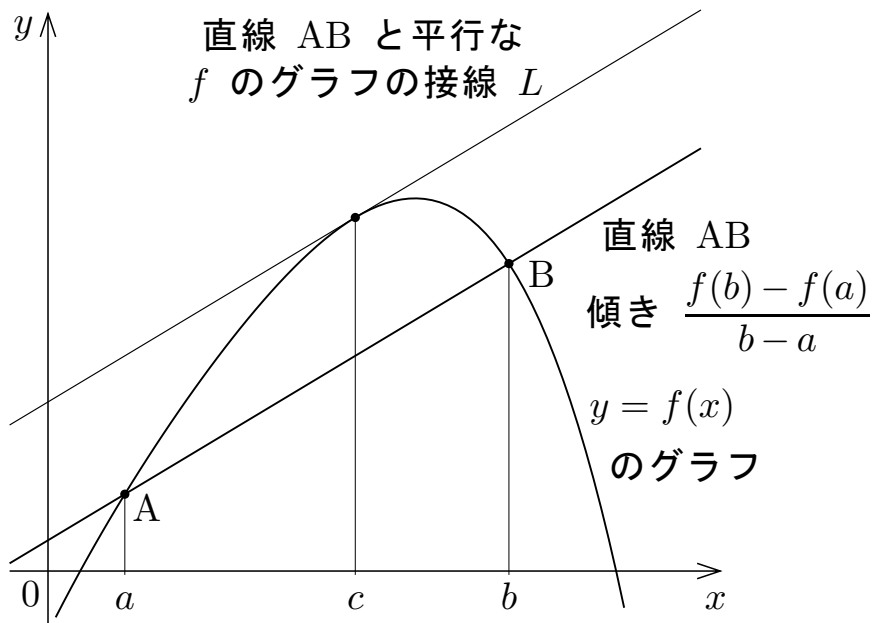
直線 AB に平行な直
線を色々考える.



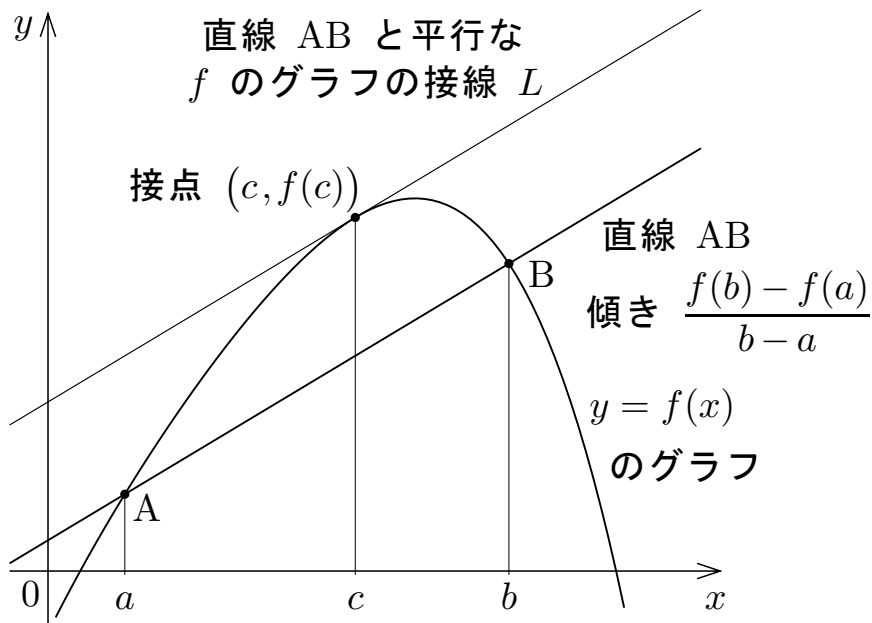
直線 AB に平行な直線を色々考えると、それらの中に f のグラフの接線 L がある。



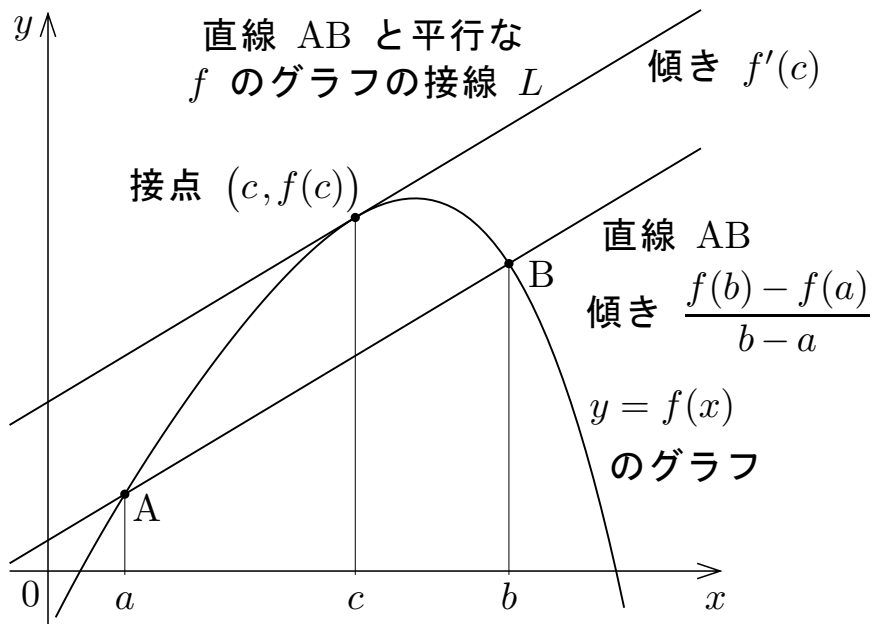
直線 AB に平行な直線を色々考えると、それらの中に f のグラフの接線 L がある. f のグラフとその接線 L との接点の x 座標を c とおく.



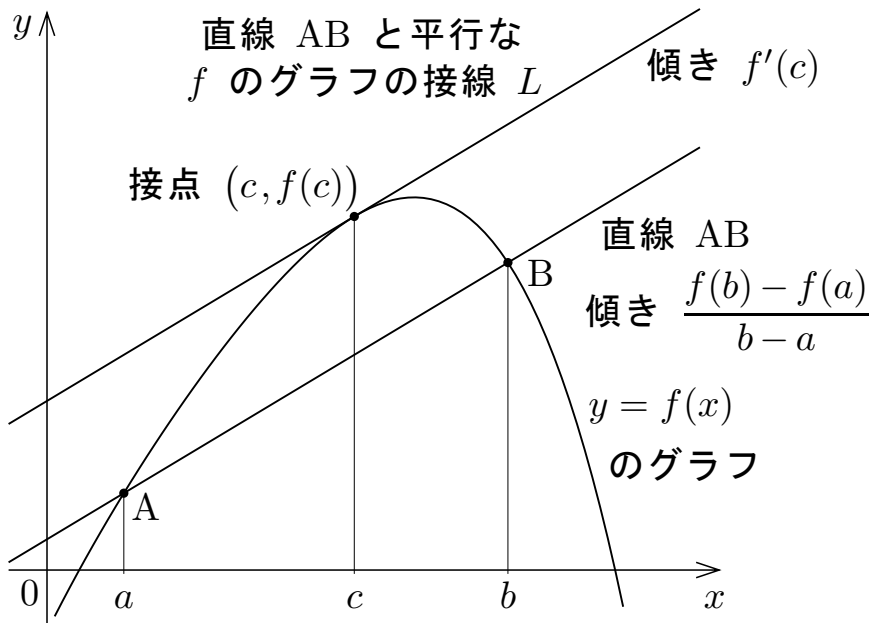
直線 AB に平行な直線を色々考えると、それらの中に f のグラフの接線 L がある。 f のグラフとその接線 L との接点の x 座標を c とおく。接点の座標は $(c, f(c))$ である。



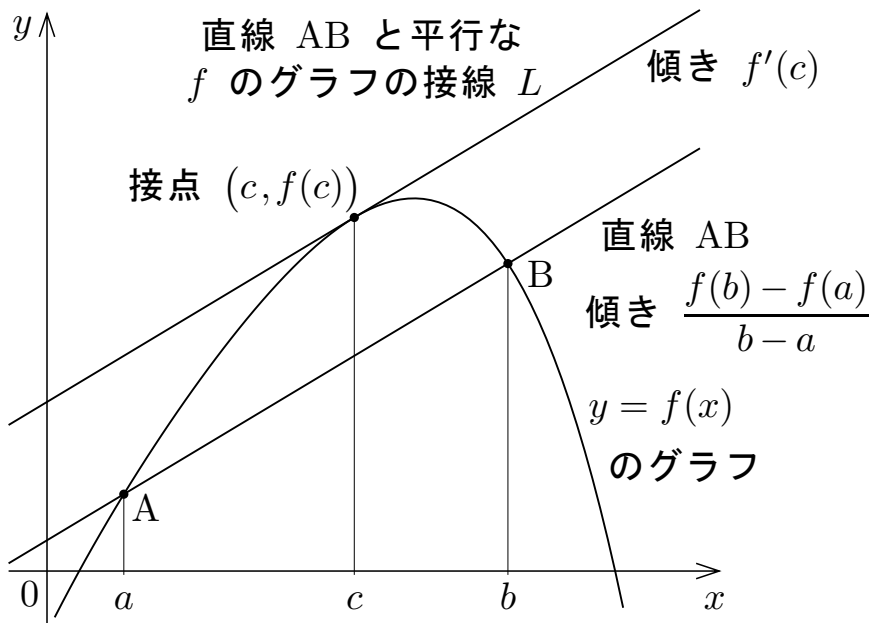
f のグラフの接線 L
の接点の x 座標を c
とおく. f のグラフの
点 $(c, f(c))$ における
接線 L の傾きは, c
における f の微分係
数 $f'(c)$ である.



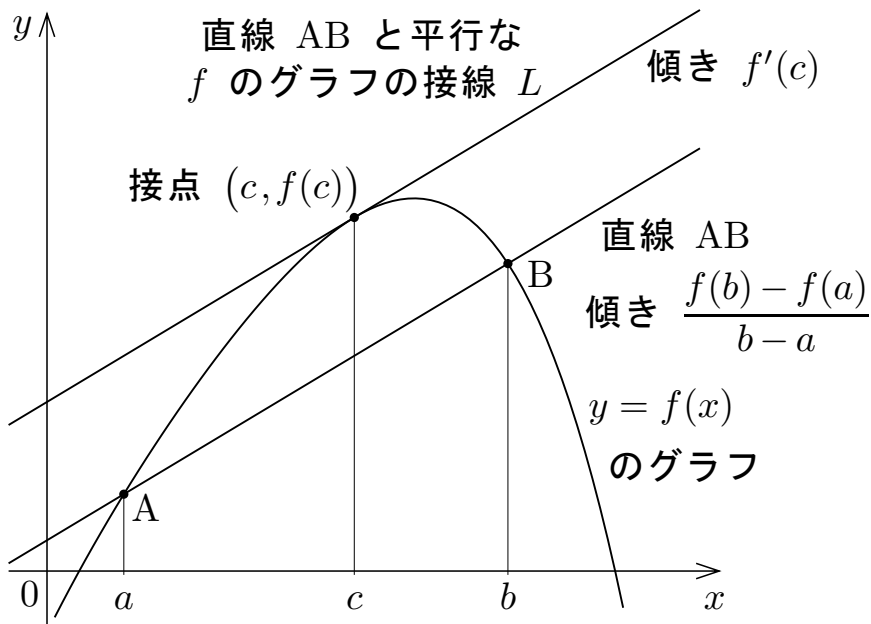
f のグラフの接線 L
の接点の x 座標を c
とおく. f のグラフの
点 $(c, f(c))$ における
接線 L の傾きは, c
における f の微分係
数 $f'(c)$ である. 直線
AB と接線 L とは平
行なので, 直線 AB の
傾き $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ と接
線 L の傾き $f'(c)$ と
は等しい: $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$;



f のグラフの接線 L
 の接点の x 座標を c
 とおく. f のグラフの
 点 $(c, f(c))$ における
 接線 L の傾きは, c
 における f の微分係
 数 $f'(c)$ である. 直線
 AB と接線 L とは平
 行なので, 直線 AB の
 傾き $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ と接
 線 L の傾き $f'(c)$ と
 は等しい: $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$; よって $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$.



f のグラフの接線 L
 の接点の x 座標を c
 とおく. f のグラフの
 点 $(c, f(c))$ における
 接線 L の傾きは, c
 における f の微分係
 数 $f'(c)$ である. 直線
 AB と接線 L とは平
 行なので, 直線 AB の
 傾き $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ と接
 線 L の傾き $f'(c)$ と
 は等しい: $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$; よって $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$. このよう
 に, $a < c < b$ かつ $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$ である実数 c がある.



定理（平均値の定理） 実数 a と b について $a < b$ で、関数 f が区間 $[a, b]$ において微分可能であるならば、次のような実数 c がある：

$$f(b) - f(a) = f'(c)(b - a) \quad \text{かつ} \quad a < c < b .$$

区間 I において関数 f が微分可能であるとは, I の各実数において f が微分可能であることであつた.

区間 I において関数 f が微分可能であるとは、 I の各実数において f が微分可能であることであつた。

定義域が区間 I である関数 f は微分可能であり、 I の各実数 x について $f'(x) = 0$ とする。 u, v は I に属す任意の実数とする。

区間 I において関数 f が微分可能であるとは、 I の各実数において f が微分可能であることであつた。

定義域が区間 I である関数 f は微分可能であり、 I の各実数 x について $f'(x) = 0$ とする。 u, v は I に属す任意の実数とする。

$u < v$ とする。 f は I で微分可能なので、 f は区間 $[u, v]$ で微分可能である。従つて平均値の定理より次のような実数 w がある：

$$f(v) - f(u) = f'(w)(v - u) , \quad u < w < v .$$

区間 I において関数 f が微分可能であるとは、 I の各実数において f が微分可能であることであつた。

定義域が区間 I である関数 f は微分可能であり、 I の各実数 x について $f'(x) = 0$ とする。 u, v は I に属す任意の実数とする。

$u < v$ とする。 f は I で微分可能なので、 f は区間 $[u, v]$ で微分可能である。従つて平均値の定理より次のような実数 w がある：

$$f(v) - f(u) = f'(w)(v - u), \quad u < w < v.$$

$u < w < v$ より実数 w は区間 I に属すので、仮定より $f'(w) = 0$; よつて $f(v) - f(u) = f'(w)(v - u) = 0$ なので、 $f(u) = f(v)$.

区間 I において関数 f が微分可能であるとは、 I の各実数において f が微分可能であることであつた。

定義域が区間 I である関数 f は微分可能であり、 I の各実数 x について $f'(x) = 0$ とする。 u, v は I に属す任意の実数とする。

$u < v$ とする。 f は I で微分可能なので、 f は区間 $[u, v]$ で微分可能である。従つて平均値の定理より次のような実数 w がある：

$$f(v) - f(u) = f'(w)(v - u), \quad u < w < v.$$

$u < w < v$ より実数 w は区間 I に属すので、仮定より $f'(w) = 0$; よつて $f(v) - f(u) = f'(w)(v - u) = 0$ なので、 $f(u) = f(v)$.

同様に、 $u > v$ のときも $f(u) = f(v)$.

区間 I において関数 f が微分可能であるとは、 I の各実数において f が微分可能であることであつた。

定義域が区間 I である関数 f は微分可能であり、 I の各実数 x について $f'(x) = 0$ とする。 u, v は I に属す任意の実数とする。

$u < v$ とする。 f は I で微分可能なので、 f は区間 $[u, v]$ で微分可能である。従つて平均値の定理より次のような実数 w がある：

$$f(v) - f(u) = f'(w)(v - u), \quad u < w < v.$$

$u < w < v$ より実数 w は区間 I に属すので、仮定より $f'(w) = 0$; よつて $f(v) - f(u) = f'(w)(v - u) = 0$ なので、 $f(u) = f(v)$.

同様に、 $u > v$ のときも $f(u) = f(v)$.

定理 区間 I を定義域とする関数 f について、 I において $f'(x) = 0$ ならば、関数 f は定数関数である。

関数 f と g とは区間 I において微分可能であり, I の各実数 x について $g'(x) = f'(x)$ とする. 区間 I を定義域とする関数 h を次のように定める:

$$h(x) = g(x) - f(x) .$$

関数 f と g とは区間 I において微分可能であり, I の各実数 x について $g'(x) = f'(x)$ とする. 区間 I を定義域とする関数 h を次のように定める:

$$h(x) = g(x) - f(x) .$$

I において, $g'(x) - f'(x) = 0$ なので,

$$\frac{d}{dx}h(x) = \frac{d}{dx}\{g(x) - f(x)\} = \frac{d}{dx}g(x) - \frac{d}{dx}f(x) = g'(x) - f'(x) = 0 .$$

関数 f と g とは区間 I において微分可能であり, I の各実数 x について $g'(x) = f'(x)$ とする. 区間 I を定義域とする関数 h を次のように定める:

$$h(x) = g(x) - f(x) .$$

I において, $g'(x) - f'(x) = 0$ なので,

$$\frac{d}{dx}h(x) = \frac{d}{dx}\{g(x) - f(x)\} = \frac{d}{dx}g(x) - \frac{d}{dx}f(x) = g'(x) - f'(x) = 0 .$$

従って, 先述の定理より関数 h は定数関数なので, ある定数 c をとると, I において $h(x) = c$;

関数 f と g とは区間 I において微分可能であり, I の各実数 x について $g'(x) = f'(x)$ とする. 区間 I を定義域とする関数 h を次のように定める:

$$h(x) = g(x) - f(x) .$$

I において, $g'(x) - f'(x) = 0$ なので,

$$\frac{d}{dx}h(x) = \frac{d}{dx}\{g(x) - f(x)\} = \frac{d}{dx}g(x) - \frac{d}{dx}f(x) = g'(x) - f'(x) = 0 .$$

従って, 先述の定理より関数 h は定数関数なので, ある定数 c をとると, I において $h(x) = c$; $h(x) = g(x) - f(x)$ なので, I において $g(x) - f(x) = c$ つまり $g(x) = f(x) + c$.

関数 f と g とは区間 I において微分可能であり, I の各実数 x について $g'(x) = f'(x)$ とする. 区間 I を定義域とする関数 h を次のように定める:

$$h(x) = g(x) - f(x) .$$

I において, $g'(x) - f'(x) = 0$ なので,

$$\frac{d}{dx}h(x) = \frac{d}{dx}\{g(x) - f(x)\} = \frac{d}{dx}g(x) - \frac{d}{dx}f(x) = g'(x) - f'(x) = 0 .$$

従って, 先述の定理より関数 h は定数関数なので, ある定数 c をとると, I において $h(x) = c$; $h(x) = g(x) - f(x)$ なので, I において $g(x) - f(x) = c$ つまり $g(x) = f(x) + c$.

定理 関数 f と g とが区間 I において微分可能であり, I の各実数 x について $g'(x) = f'(x)$ ならば, ある定数 c をとると I の各実数 x について $g(x) = f(x) + c$.

関数 f と g とは区間 I において微分可能であり, I の各実数 x について $g'(x) = f'(x)$ とする. 区間 I を定義域とする関数 h を次のように定める:

$$h(x) = g(x) - f(x) .$$

I において, $g'(x) - f'(x) = 0$ なので,

$$\frac{d}{dx}h(x) = \frac{d}{dx}\{g(x) - f(x)\} = \frac{d}{dx}g(x) - \frac{d}{dx}f(x) = g'(x) - f'(x) = 0 .$$

従って, 先述の定理より関数 h は定数関数なので, ある定数 c をとると, I において $h(x) = c$; $h(x) = g(x) - f(x)$ なので, I において $g(x) - f(x) = c$ つまり $g(x) = f(x) + c$.

定理 関数 f と g とが区間 I において微分可能であり, I の各実数 x について $g'(x) = f'(x)$ ならば, ある定数 c をとると I の各実数 x について $g(x) = f(x) + c$.

この定理は後に重要になる.