

0.1 命題と述語

記述の内容が正しいか誤りであるかを判断する客観的基準があるとき、その記述を命題という。そして命題の内容が正しいとき、その命題は真であるといい、命題の内容が誤りであるとき、その命題は偽であるという。つまり、“真”とは“正しい”ということ、“偽”とは“誤りである”ということである。命題は真であるか偽であるかのどちらかである。

例 “豊田市は広い” という記述は、広い市の基準がはっきりしないので、命題ではない。しかし、“豊田市の面積は 1000km^2 以上である” という記述は、豊田市の面積を調べれば正しいか誤りであるか客観的に分かるので、命題である。2025年2月現在、豊田市の面積は 918.32km^2 であるからこの命題は偽である。

終

例 “7 は整数である” という記述は真の命題であり, “ $\frac{5}{3}$ は整数である” という記述は偽の命題である. また, “ $\frac{4}{7}$ は正の数である” という記述は真の命題であり, “ $-\frac{2}{9}$ は正の数である” という記述は偽の命題である. 終

例として、整数を表す変数 x が現れる記述 “整数 x は素数である” を考える。例えば x の値が 5 のとき真であり、例えば x の値が 6 のとき偽である。このように、変数 x の値を定めると、“整数 x は素数である” という記述は真か偽かが客観的に定まる。つまり、変数 x の値を定めると、“整数 x は素数である” という記述は命題になる。このように、変数 x の値を定めると命題になる記述を、 x に関する述語という。変数 x に関する述語によって x の値を制限するとき、その述語を x に関する条件という。

例 数を表す変数 a に対して, “ a は 7 より小さい” という記述は a に関する述語である. この述語によって a の値を 7 より小さい範囲に制限するとき, この述語は a に関する条件である。 **終**

例 数を表す変数 x に対して, “ x は x 以下である” という記述は x に関する述語である. この述語は x の値がどんな数でも成り立つので, 普通はこの述語によって x の値を制限することは考えない; ですから普通はこの述語を x に関する条件と考えない. **終**

例えば、整数を表す変数 m と n に対して “ m は n で割り切れる” という記述は、2 個の変数 m と n の値とを定めると命題になる；このような記述を 2 変数 m と n とにする述語という。同様に、3 個の変数 x, y, z の値を定めると命題になる記述を 3 変数 x, y, z に関する述語という。

0 変数の述語を考える。0 変数の述語とは、0 個の変数の値を定めると命題になる記述、つまり変数の値を定めなくても元々命題である記述であるから、命題そのものである。ですから、命題とは述語の特別な場合であると考えられる。つまり、命題は述語の一種である。