

0.3 述語の合成

述語 A から, “ A でない” という述語ができる. この述語を A の否定という. 命題 A の否定 “ A でない” は, A が成り立たないことを意味する.

述語 A から, “ A でない” という述語ができる. この述語を A の否定という. 命題 A の否定 “ A でない” は, A が成り立たないことを意味する.

例 人を表す変数 x に関する述語 “ x は男性である” の否定は, x に関する述語 “ x は男性でない” である. 終

式 A と B について、述語 “ $A \neq B$ ” は述語 “ $A = B$ ” の否定であり、述語 “ $A \not< B$ ” は述語 “ $A < B$ ” の否定であり、述語 “ $A \not> B$ ” は述語 “ $A > B$ ” の否定であり、述語 “ $A \not\leq B$ ” は述語 “ $A \leq B$ ” の否定であり、述語 “ $A \not\geq B$ ” は述語 “ $A \geq B$ ” の否定である。

述語 A と述語 B とから, “ A かつ B ” という述語ができる. この述語は, A と B との両方であることを意味する.

述語 A と述語 B とから，“ A かつ B ” という述語ができる．この述語は， A と B との両方であることを意味する．

例 日本の法律では，日本人男性と日本人女性とが結婚するためには，男性が18歳以上であり女性も18歳以上であることが一つの条件になっている．日本人男性を表す変数 x と日本人女性を表す変数 y とについて， x と y とに関する述語 “ x と y とは結婚できる” が成り立つためには， x に関する述語 “ x は18歳以上である” と y に関する述語 “ y は18歳以上である” との両方が成り立たなければならない，つまり x と y とに関する述語 “ x は18歳以上でありかつ y は18歳以上である” が成り立たなければならない． **終**

述語 A と述語 B とから, “ A または B ” という述語ができる. この述語は, A と B との少なくともどちらか (両方でもよい) であることを意味する.

述語 A と述語 B とから, “ A または B ” という述語ができる. この述語は, A と B との少なくともどちらか (両方でもよい) であることを意味する.

例 日本の法律では, 生まれたとき (法律上の) 父親か母親かの少なくともどちらかが日本国籍であった人は日本国籍を取得できる. x に関する述語 “生まれたとき x の父親の国籍は日本であった” と “生まれたとき x の母親の国籍は日本であった” とからできる述語 “生まれたとき x の父親の国籍が日本であったかまたは x の母親の国籍が日本であった” という述語が成り立つとき, つまり, x が生まれたときに “ x の父親の国籍が日本であった” と “ x の母親の国籍が日本であった” との少なくとも一方が成り立つ (両方成り立ってもよい) とき, x に関する述語 “ x は日本国籍を取得できる” が成り立つ. **終**

述語 A と述語 B とに対して、日常の言葉では、“ A または B ” というと、 A と B との少なくともどちらか（両方でもよい）である場合と、 A と B とのどちらか一方だけ（両方はだめ）である場合との、2つの場合がある。

述語 A と述語 B とから, “ A ならば B ” という述語ができる. この述語は, A であるときは B であることを意味する. A でないときは, B であるか B でないか言及していないので, B であっても B でなくても構わない.

例 日本の法律では、ある程度以上に重大なことを契約するためには、未成年であれば（原則として）親（あるいは親代わりの人物）の同意が必要である。

例 日本の法律では、ある程度以上に重大なことを契約するためには、未成年であれば（原則として）親（あるいは親代わりの人物）の同意が必要である。人を表す変数 x に関する述語 “ x が契約できる” が成り立つには、 x に関する述語 “ x が未成年である” と “ x が契約することに親が同意する” とからできる述語 “ x が未成年であるならば x が契約することに親が同意する” が成り立たなければならない。

例 日本の法律では、ある程度以上に重大なことを契約するためには、未成年であれば（原則として）親（あるいは親代わりの人物）の同意が必要である。人を表す変数 x に関する述語“ x が契約できる”が成り立つには、 x に関する述語“ x が未成年である”と“ x が契約することに親が同意する”とからできる述語“ x が未成年であるならば x が契約することに親が同意する”が成り立たなければならない。“ x が未成年であるならば x が契約することに親が同意する”という述語は、 x が未成年でないときは制約していないので、 x が未成年でないときは x は親が同意してもしなくても契約できる。

例 日本の法律では、ある程度以上に重大なことを契約するためには、未成年であれば（原則として）親（あるいは親代わりの人物）の同意が必要である。人を表す変数 x に関する述語 “ x が契約できる” が成り立つには、 x に関する述語 “ x が未成年である” と “ x が契約することに親が同意する” とからできる述語 “ x が未成年であるならば x が契約することに親が同意する” が成り立たなければならない。“ x が未成年であるならば x が契約することに親が同意する” という述語は、 x が未成年でないときは制約していないので、 x が未成年でないときは x は親が同意してもしなくても契約できる。よって、 x が未成年でないかまたは x が契約することに親が同意するとき、 x は契約できる。

例 日本の法律では、ある程度以上に重大なことを契約するためには、未成年であれば（原則として）親（あるいは親代わりの人物）の同意が必要である。人を表す変数 x に関する述語 “ x が契約できる” が成り立つには、 x に関する述語 “ x が未成年である” と “ x が契約することに親が同意する” とからできる述語 “ x が未成年であるならば x が契約することに親が同意する” が成り立たなければならない。“ x が未成年であるならば x が契約することに親が同意する” という述語は、 x が未成年でないときは制約していないので、 x が未成年でないときは x は親が同意してもしなくても契約できる。よって、 x が未成年でないかまたは x が契約することに親が同意するとき、 x は契約できる。このように、 x に関する述語 “ x が未成年であるならば x が契約することに親が同意する” は、 x に関する述語 “ x は未成年でないかまたは x が契約することに親が同意する” と意味が同じになる。

終

この例と同じような考えで、数学では、述語 A と述語 B とからできる述語 “ A ならば B ” は、述語 “ A でないかまたは B ” と意味が同じであると考える.

変数 x に関する述語 A から, “任意の x について A ” という述語ができる; この述語は “ x の値が何であっても条件 A が成り立つ” ことを意味する. 例えば変数 x の値が整数に限定されているときは, “任意の整数 x について A ” あるいは “各整数 x について A ” のように記述する; この述語は “ x の値がどんな整数であつても条件 A が成り立つ” ことを意味する.

変数 x に関する述語 A から, “任意の x について A ” という述語ができる; この述語は “ x の値が何であっても条件 A が成り立つ” ことを意味する. 例えば変数 x の値が整数に限定されているときは, “任意の整数 x について A ” あるいは “各整数 x について A ” のように記述する; この述語は “ x の値がどんな整数であつても条件 A が成り立つ” ことを意味する.

例 人を表す変数 x に関する述語 “ x は母親から生まれた” から, “任意の人 x について x は母親から生まれた” という命題ができる. この命題の意味は, 人は誰も母親から生まれたということである. 終

例 数を表す変数 x と y とに関する述語 “ $x + y = y + x$ ” から, “任意の数 x と y について $x + y = y + x$ ” とか “各数 x と y について $x + y = y + x$ ” とかのような命題ができる. この命題は, “変数 x, y の値がどんな数でも $x + y = y + x$ ” という意味である. 終

変数 x に関する述語 A から, “ある x について A ” あるいは “ A である x がある” という述語ができる; この述語は “条件 A が成り立つような x の値がある” あるいは “ x の値を適切に決めると条件 A ” ことを意味する. 例えば変数 x の値が整数に限定されているときは, “ある整数 x について A ” とか “ A である整数 x がある” のように記述する; この述語は “条件 A が成り立つ x の値が整数の中にある” ことを意味する.

変数 x に関する述語 A から，“ある x について A ”あるいは“ A である x がある”という述語ができる；この述語は“条件 A が成り立つような x の値がある”あるいは“ x の値を適切に決めると条件 A ”ことを意味する．例えば変数 x の値が整数に限定されているときは，“ある整数 x について A ”とか“ A である整数 x がある”のように記述する；この述語は“条件 A が成り立つ x の値が整数の中にある”ことを意味する．

例 あるクラスの学生を表す変数 x に関する述語“ x は女子である”から，“このクラスのある学生 x について x は女子である”という命題ができる．この命題の意味は，このクラスの学生の中に女子がいるということである．**終**

例 整数 n が偶数であるとは， $n = 2m$ となる整数 m があることである．つまり，整数を表す変数 n に関する述語“ n は偶数である”が成り立つのは，整数を表す変数 n と m とに関する述語“ $n = 2m$ ”からできる述語“ある整数 m について $n = 2m$ ”が成り立つときである．**終**

数学では、日常生活で扱う文より論理的にやや複雑な文を扱うことがある。そのような文は、“～でない”，“かつ”，“または”，“ならば”，“任意の”，“ある”，などの言葉を使って注意深く記述しないと、意味が曖昧になることがある。

数学では、日常生活で扱う文より論理的にやや複雑な文を扱うことがある。そのような文は、“～でない”，“かつ”，“または”，“ならば”，“任意の”，“ある”，などの言葉を使って注意深く記述しないと、意味が曖昧になることがある。

例 正の整数 n が素数であるとは、 $n \geq 2$ で n の正の約数が 1 と n とだけであることである。厳密にいうと、正の整数を表す変数 n に関する述語 “ n 素数である” は、“ $n \geq 2$ ，かつ、正の任意の整数 m について、 m が n の約数であるならば、 $m = 1$ または $m = n$ ” ということである。 **終**