

0.6 对偶

述語 A と述語 B とからできる述語 “ A ならば B ” に対して, 述語 “ B でないならば, A でない” を対偶という.

例 “感情” の定義がはっきりしているとして、述語

“人間であるならば感情がある”

の対偶は

“感情が無いならば人間ではない”

である。

例 “感情” の定義がはっきりしているとして，述語

“人間であるならば感情がある”

の対偶は

“感情が無いならば人間ではない”

である．この二つの記述は，細かいニュアンスなどを無視すると，同じ意味である；少なくとも数学ではそう考える．

終

例 述語

“ 高専生であるならば中学校を卒業している ”

の対偶は,

“ 中学校を卒業していないならば高専生でない ”

である. この二つの記述は (数学的には) 同じ意味である.

終

このように、述語 A と B について、述語 “ A ならば B ” とその対偶 “ B でないならば、 A でない” とは同じ意味なので、述語 “ A ならば B ” が成り立つことと、とその対偶 “ B でないならば、 A でない” が成り立つこととは、一致する。

このように、述語 A と B について、述語 “ A ならば B ” とその対偶 “ B でないならば、 A でない” とは同じ意味なので、述語 “ A ならば B ” が成り立つことと、とその対偶 “ B でないならば、 A でない” が成り立つこととは、一致する。よって、述語 “ A ならば B ” とその対偶 “ B でないならば、 A でない” とは同値である。

述語 A と B について、述語 “ A ならば B ” とその対偶 “ B でないならば、 A でない” とは同値である。

問0.6.1 以下の述語の対偶を述べよ.

- (1) 学生服を着ていれば男子学生である.
 - (2) 高専生であるならばピタゴラスの定理を知っている.
- (1) 男子学生でなければ学生服を着ていない.
 - (2) ピタゴラスの定理を知っていないなら高専生でない.

例 未成年がある程度以上に重大なことを契約するには親の同意が必要である。つまり、人を表す変数 x に関する述語 “ x は契約できる” が成り立つには、 x に関する述語 “ x が未成年であるならば x が契約することに親が同意する” が成り立たなければならない。

例 未成年がある程度以上に重大なことを契約するには親の同意が必要である。つまり、人を表す変数 x に関する述語 “ x は契約できる” が成り立つには、 x に関する述語 “ x が未成年であるならば x が契約することに親が同意する” が成り立たなければならない。この述語の対偶をとると、“ x が契約することに親が同意しないならば x は未成年でない” である；つまり、契約できるには、親が同意しないのならば未成年でないことが条件になる。

終

問0.6.2 高等専門学校¹の建築学科の卒業生について、一級建築士の受験資格を得る条件は、大学あるいは高等専門学校専攻科の建築学の課程に進学しないならば卒業後4年以上の建築実務の経験を積むことである。この条件の対偶を述べよ。

高等専門学校¹の建築学科の卒業生について、一級建築士の受験資格を得る条件は、

問0.6.2 高等専門学校¹の建築学科の卒業生について、一級建築士の受験資格を得る条件は、大学あるいは高等専門学校専攻科の建築学の課程に進学しないならば卒業後4年以上の建築実務の経験を積むことである。この条件の対偶を述べよ。

高等専門学校¹の建築学科の卒業生について、一級建築士の受験資格を得る条件は、卒業後4年以上の建築実務の経験を積まないならば大学あるいは高専専攻科の建築学の課程に進学することである。

述語 A と述語 B とが同値であるとする：

$$A \iff B .$$

述語 A と述語 B とが同値であるとする：

$$A \iff B.$$

A から B が導かれ, B から A が導かれる.

述語 A と述語 B とが同値であるとする：

$$A \iff B.$$

A から B が導かれ、 B から A が導かれる。従って、“ A ならば B ”であり、“ B ならば A ”である。

述語 A と述語 B とが同値であるとする：

$$A \iff B.$$

A から B が導かれ、 B から A が導かれる。従って、“ A ならば B ”であり、“ B ならば A ”である。これらの対偶をとると、“ B でないならば、 A でない”であり、“ A でないならば、 B でない”である。

述語 A と述語 B とが同値であるとする：

$$A \iff B.$$

A から B が導かれ、 B から A が導かれる。従って、“ A ならば B ”であり、“ B ならば A ”である。これらの対偶をとると、“ B でないならば、 A でない”であり、“ A でないならば、 B でない”である。故に、“ B でない”から“ A でない”が導かれ、“ A でない”から“ B でない”が導かれる。

述語 A と述語 B とが同値であるとする：

$$A \iff B.$$

A から B が導かれ、 B から A が導かれる。従って、“ A ならば B ”であり、“ B ならば A ”である。これらの対偶をとると、“ B でないならば、 A でない”であり、“ A でないならば、 B でない”である。故に、“ B でない”から“ A でない”が導かれ、“ A でない”から“ B でない”が導かれる。つまり、“ A でない”と“ B でない”とは同値である：

$$A \text{ でない} \iff B \text{ でない}.$$

述語 A と述語 B とが同値であるとする：

$$A \iff B.$$

A から B が導かれ、 B から A が導かれる。従って、“ A ならば B ”であり、“ B ならば A ”である。これらの対偶をとると、“ B でないならば、 A でない”であり、“ A でないならば、 B でない”である。故に、“ B でない”から“ A でない”が導かれ、“ A でない”から“ B でない”が導かれる。つまり、“ A でない”と“ B でない”とは同値である：

$$A \text{ でない} \iff B \text{ でない}.$$

述語 A と B とについて、

$$A \iff B$$

のとき

$$A \text{ でない} \iff B \text{ でない}.$$

例 整数を表す変数 n について,

n が偶数である $\iff n$ が 2 で割り切れる ,

よって,

n が偶数でない $\iff n$ が 2 で割り切れない .

終