1.4 有理数と実数

有理数とは分母分子が整数である分数で表される数のことである. 例えば次のような数は有理数である:

$$\frac{25}{3}\ , \qquad 7 = \frac{7}{1}\ , \qquad -\frac{31}{4} = \frac{-31}{4}\ , \qquad -5 = \frac{-5}{1}\ .$$

有理数とは分母分子が整数である分数で表される数のことである．例えば次のような数は有理数である：

$$\frac{25}{3}\,, \qquad 7=\frac{7}{1}\,, \qquad -\frac{31}{4}=\frac{-31}{4}\,, \qquad -5=\frac{-5}{1}\,.$$

正確にいうと，有理数とは，ある整数 m および 0 以外のある整数 n について $r=\dfrac{m}{n}$ となる数 r のことである。

有理数とは分母分子が整数である分数で表される数のことである．例えば次のような数は有理数である：

$$\frac{25}{3}\,, \qquad 7=\frac{7}{1}\,, \qquad -\frac{31}{4}=\frac{-31}{4}\,, \qquad -5=\frac{-5}{1}\,.$$

正確にいうと，有理数とは，ある整数 m および 0 以外のある整数 n について $r=\dfrac{m}{n}$ となる数 r のことである。

有理数と有理数との和・差・積・商（0 で割る商は除く）はいつも有理数である．つまり，有理数の範囲では四則演算が自由にできる．そして **1.1** 節で述べた四則演算の法則が成り立つ．

例えば分数 $\frac{15}{4}$ や $\frac{8}{3}$ は次のように小数で表される：

$$\frac{15}{4} = 3.75 \ , \qquad \frac{8}{3} = 2.666666\cdots \ .$$

例えば分数 $\frac{15}{4}$ や $\frac{8}{3}$ は次のように小数で表される：

$$\frac{15}{4} = 3.75 \ , \qquad \frac{8}{3} = 2.666666\cdots \ .$$

また例えば，右のように実際に割算することで，$\frac{30}{7}$ を表す小数を何桁でも計算できる；この意味で $\frac{30}{7}$ は小数で表される．

$$\frac{30}{7} = 4.285714285714\cdots \ .$$

$$\begin{array}{r}
4.285714\ \cdots\\
7\,\big)\,\overline{30}\\
\underline{28}\\
20\\
\underline{14}\\
60\\
\underline{56}\\
40\\
\underline{35}\\
50\\
\underline{49}\\
10\\
\underline{7}\\
30\\
\underline{28}\\
2\ \cdots
\end{array}$$

例えば分数 $\dfrac{15}{4}$ や $\dfrac{8}{3}$ は次のように小数で表される：

$$\frac{15}{4} = 3.75 \ , \qquad \frac{8}{3} = 2.666666\cdots \ .$$

また例えば，右のように実際に割算することで，$\dfrac{30}{7}$ を表す小数を何桁でも計算できる；この意味で $\dfrac{30}{7}$ は小数で表される．

$$
\begin{array}{r@{}l}
 & \;4.285714\ \cdots \\
7 & \overline{\big)\,30} \\
 & \;\underline{28} \\
 & \;20 \\
 & \;\underline{14} \\
 & \;60 \\
 & \;\underline{56} \\
 & \;40 \\
 & \;\underline{35} \\
 & \;50 \\
 & \;\underline{49} \\
 & \;10 \\
 & \;\underline{7} \\
 & \;30 \\
 & \;\underline{28} \\
 & \;2\ \cdots
\end{array}
$$

$$\frac{30}{7} = 4.285714285714\cdots \ .$$

　このように考えると，分母分子が整数である分数（但し分母は 0 でない）は小数で表される（分子が分母で割り切れるときは小数点以下 0 桁の小数で表されると考える）．

例えば分数 $\dfrac{15}{4}$ や $\dfrac{8}{3}$ は次のように小数で表される：

$$\frac{15}{4} = 3.75\ , \qquad \frac{8}{3} = 2.666666\cdots\ .$$

また例えば，右のように実際に割算することで，$\dfrac{30}{7}$ を表す小数を何桁でも計算できる；この意味で $\dfrac{30}{7}$ は小数で表される．

$$\frac{30}{7} = 4.285714285714\cdots\ .$$

$$
\begin{array}{rl}
 & 4.285714\ \cdots \\
7 & \hspace{-0.5em}\overline{\smash{)}\,30} \\
 & \underline{28} \\
 & 20 \\
 & \underline{14} \\
 & 60 \\
 & \underline{56} \\
 & 40 \\
 & \underline{35} \\
 & 50 \\
 & \underline{49} \\
 & 10 \\
 & \underline{7} \\
 & 30 \\
 & \underline{28} \\
 & 2\ \cdots
\end{array}
$$

このように考えると，分母分子が整数である分数（但し分母は 0 でない）は小数で表される（分子が分母で割り切れるときは小数点以下 0 桁の小数で表されると考える）．有理数は分母分子が整数である分数で表されるので，有理数は小数で表せる．

有理数は小数で表せる．しかし，逆に，小数で表されるからといって有理数であるとは限らない．

有理数は小数で表せる．しかし，逆に，小数で表されるからといって有理数であるとは限らない．例えば円周率

$$\pi = 3.14159265358979323846264338327950288\cdots$$

は有理数ではない．

有理数は小数で表せる．しかし，逆に，小数で表されるからといって有理数であるとは限らない．例えば円周率

$$\pi = 3.14159265358979323846264338327950288\cdots$$

は有理数ではない．また例えば小数

$$0.123456789101112131415161718192021\cdots$$

で表される数も有理数ではない．

有理数は小数で表せる．しかし，逆に，小数で表されるからといって有理数であるとは限らない．例えば円周率

$$\pi = 3.14159265358979323846264338327950288\cdots$$

は有理数ではない．また例えば小数

$$0.123456789101112131415161718192021\cdots$$

で表される数も有理数ではない．そこでこのような有理数でない数まで含めて，小数で表される数（負の小数を含む）を実数という．実数の全体を $\mathbf{R}$ と書き表す：

$$\mathbf{R} = \{\, x \mid x \text{ は実数} \,\} .$$

有理数は小数で表せる．しかし，逆に，小数で表されるからといって有理数であるとは限らない．例えば円周率

$$\pi = 3.14159265358979323846264338327950288\cdots$$

は有理数ではない．また例えば小数

$$0.123456789101112131415161718192021\cdots$$

で表される数も有理数ではない．そこでこのような有理数でない数まで含めて，小数で表される数（負の小数を含む）を実数という．実数の全体を $\mathbf{R}$ と書き表す：

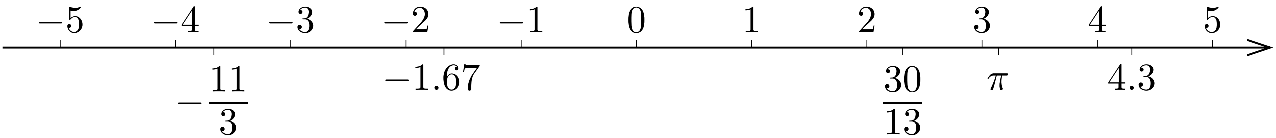
$$\mathbf{R} = \{\, x \mid x \text{ は実数} \,\}\ .$$

実数と実数との和・差・積・商（0 で割る商は除く）はいつも実数である．つまり，実数の範囲では四則演算が自由にできる．そして **1.1** 節で述べた四則演算の法則が成り立つ．

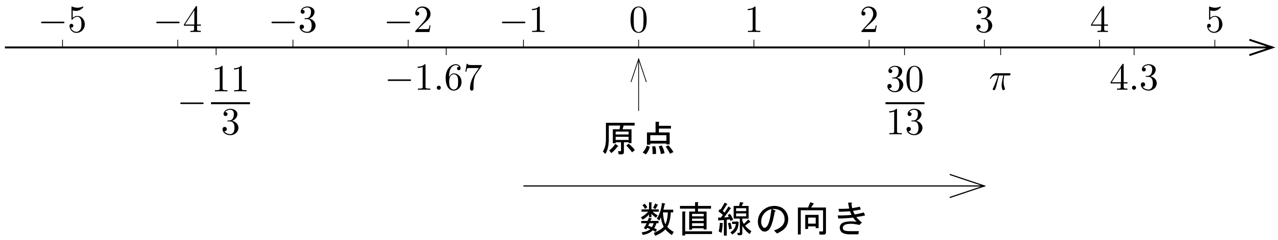
有理数でない実数を無理数という．例えば円周率 π は，有理数ではない実数であるから，無理数である．

$$\text{実数}\begin{cases}\text{有理数}\\ \text{有理数でない実数} = \text{無理数}\end{cases}.$$

実数は例えば次のように 1 本の直線の上に目盛ることができる.



実数は例えば次のように 1 本の直線の上に目盛ることができる.



このように実数が目盛られた直線を数直線という. 数直線の各点と各実数とは, 過不足とか重複とか無しに対応させることができる. 数直線において実数 0 に対応する点を原点という. また, 数直線において実数が大きくなっていく向きをその数直線の向きという. 更に, 数直線の点に対応する実数をその点の座標という.