

1. 拡充1 合成された命題の真偽

合成された命題の真偽を考える.

例 命題 “ 田中君は高専の学生である ” が真であるとき，その否定の命題 “ 田中君は高専の学生でない ” は偽である．命題 “ 田中君は高専の学生である ” が偽であるとき，命題 “ 田中君は高専の学生でない ” は真である． 終

例 命題 “ 田中君は高専の学生である ” が真であるとき，その否定の命題 “ 田中君は高専の学生でない ” は偽である．命題 “ 田中君は高専の学生である ” が偽であるとき，命題 “ 田中君は高専の学生でない ” は真である． **終**

一般的に命題 A の否定 “ A でない ” の真偽は次のようになる：命題 A が真であるとき，その否定 “ A でない ” は偽である； A が偽であるとき，その否定 “ A でない ” は真である．

例 命題 “ 田中君は高専生である ” と命題 “ 山田君は高校生である ” とから命題 “ 田中君は高専生であり、かつ、山田君は高校生である ” ができる. “ 田中君は高専生である ” と “ 山田君は高校生である ” との両方が真であるとき, “ 田中君は高専生であり、かつ、山田君は高校生である ” は真である. “ 田中君は高専生である ” と “ 山田君は高校生である ” とのどちらか一方でも偽であるとき, “ 田中君は高専生であり、かつ、山田君は高校生である ” は偽である.

終

例 命題 “ 田中君は高専生である ” と命題 “ 山田君は高校生である ” とから命題 “ 田中君は高専生であり、かつ、山田君は高校生である ” ができる. “ 田中君は高専生である ” と “ 山田君は高校生である ” との両方が真であるとき, “ 田中君は高専生であり、かつ、山田君は高校生である ” は真である. “ 田中君は高専生である ” と “ 山田君は高校生である ” とのどちらか一方でも偽であるとき, “ 田中君は高専生であり、かつ、山田君は高校生である ” は偽である. 終

一般的に命題 A と B とからできる命題 “ A かつ B ” の真偽は次のようになる: 命題 A と命題 B との両方が真であるとき, 命題 “ A かつ B ” は真である; A と B との少なくとも一方が偽であるとき, “ A かつ B ” は偽である.

例 命題 “ 田中君は高専生である ” と命題 “ 山田君は高校生である ” とから
命題 “ 田中君は高専生であるか、または、山田君は高校生である ” ができる。
“ 田中君は高専生である ” と “ 山田君は高校生である ” とのどちらか一方でも真であるとき、“ 田中君は高専生であるか、または、山田君は高校生である ” は真である。“ 田中君は高専生である ” と “ 山田君は高校生である ” との両方が偽であるとき、“ 田中君は高専生であるか、または、山田君は高校生である ” は偽である。

終

例 命題 “ 田中君は高専生である ” と命題 “ 山田君は高校生である ” とから
命題 “ 田中君は高専生であるか、または、山田君は高校生である ” ができる。
“ 田中君は高専生である ” と “ 山田君は高校生である ” とのどちらか一方でも真であるとき、“ 田中君は高専生であるか、または、山田君は高校生である ” は真である。“ 田中君は高専生である ” と “ 山田君は高校生である ” の両方が偽であるとき、“ 田中君は高専生であるか、または、山田君は高校生である ” は偽である。

終

一般的に命題 A と B とからできる命題 “ A または B ” の真偽は次のようになる：命題 A と命題 B との少なくともどちらかが真であるとき、命題 “ A または B ” は真である； A と B との両方が真であるときも “ A または B ” は真である。 A と B との両方が偽であるとき、命題 “ A または B ” は偽である。

例 命題 “ 田中君は高専生である ” と命題 “ 山田君は高校生である ” とから
命題 “ 田中君が高専生であるならば山田君は高校生である ” ができる. この
命題は, 田中君が高専生でないときは, 山田君は高校生であるとも高校生でな
いとも述べていない. なので, “ 田中君が高専生である ” という命題が偽であ
るとき, 山田君が, この命題は偽ではない. 命題は真か偽かのどちらかなので,
“ 田中君は高専生である ” という命題が偽であるとき, つまり田中君が高専生
でないとき, この命題 “ 田中君が高専生であるならば山田君は高校生である ”
は真である.

終

一般的に命題 A と B とからできる命題 “ A ならば B ” の真偽は次のようになる：命題 A も命題 B も真であるとき，命題 “ A ならば B ” は真である；命題 A が真で命題 B が偽であるとき，命題 “ A ならば B ” は偽である；命題 A が偽のとき命題 “ A ならば B ” は真である．つまり次のようになる：

命題 A が真で命題 B が偽のとき， 命題 “ A ならば B ” は偽；
命題 A が偽かまたは命題 B が真のとき， 命題 “ A ならば B ” は真．

これまで述べたことを表にまとめると次のようになる.

A	A でない
真	偽
偽	真

A	B	A かつ B	A または B	A ならば B
真	真	真	真	真
真	偽	偽	真	偽
偽	真	偽	真	真
偽	偽	偽	偽	真

このような表を真理値表という.