2.4 整式の約数と倍数

整数 a と 0 以外の整数 b とについて，a を b で割ると剰余が 0 であるとき，b は a を割り切るといい，a は b で割り切れるという；

整数 a と 0 以外の整数 b とについて，a を b で割ると剰余が 0 であるとき，b は a を割り切るといい，a は b で割り切れるという；更にこのとき，a は b の倍数であるといい，b は a の約数あるいは因数であるという．

整数 a と 0 以外の整数 b とについて，a を b で割ると剰余が 0 であるとき，b は a を割り切るといい，a は b で割り切れるという；更にこのとき，a は b の倍数であるといい，b は a の約数あるいは因数であるという.

整式 A と 0 以外の整式 B とについて，A を B で割るときの整商 Q と剰余 R とは次のような整式のことであった：

$$A = BQ + R \text{ かつ } R \text{ は } 0 \text{ または } B \text{ より次数が低い.}$$

整数 a と 0 以外の整数 b とについて，a を b で割ると剰余が 0 であるとき，b は a を割り切るといい，a は b で割り切れるという；更にこのとき，a は b の倍数であるといい，b は a の約数あるいは因数であるという.

整式 A と 0 以外の整式 B とについて，A を B で割るときの整商 Q と剰余 R とは次のような整式のことであった：

$$A = BQ + R \text{ かつ } R \text{ は } 0 \text{ または } B \text{ より次数が低い.}$$

この剰余 R が 0 であるということは $A = BQ$ となることなので，

$$\begin{aligned}
A \text{ が } B \text{ で割り切れる} \quad &\Longleftrightarrow \quad A \text{ を } B \text{ で割るときの剰余が } 0 \text{ である} \\
&\Longleftrightarrow \quad A = BQ \text{ となる整式 } Q \text{ がある} \\
&\Longleftrightarrow \quad B \text{ は } A \text{ の約数（因数）である} \\
&\Longleftrightarrow \quad A \text{ は } B \text{ の倍数である .}
\end{aligned}$$

$\boxed{\text{例}}$ $x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$ なので，整式 $x+1$ 及び $x-3$ は整式 x^2-2x-3 の約数であり，x^2-2x-3 は $x+1$ の倍数であり $x-3$ の倍数である．

$\boxed{例}$ $x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$ なので，整式 $x+1$ 及び $x-3$ は整式 x^2-2x-3 の約数であり，x^2-2x-3 は $x+1$ の倍数であり $x-3$ の倍数である．また，

$$x^2-2x-3=(x+1)(x-3)=7(x+1)\times\frac{1}{7}(x-3)=(7x+7)\left(\frac{x}{7}-\frac{3}{7}\right)\ ,$$

$$x^2-2x-3=(x+1)(x-3)=\frac{5}{2}(x+1)\times\frac{2}{5}(x-3)=\left(\frac{5}{2}x+\frac{5}{2}\right)\left(\frac{2}{5}x-\frac{6}{5}\right)\ ;$$

$\boxed{\text{例}}$ $x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$ なので，整式 $x+1$ 及び $x-3$ は整式 x^2-2x-3 の約数であり，x^2-2x-3 は $x+1$ の倍数であり $x-3$ の倍数である．また，

$$x^2-2x-3=(x+1)(x-3)=7(x+1)\times\frac{1}{7}(x-3)=(7x+7)\left(\frac{x}{7}-\frac{3}{7}\right),$$

$$x^2-2x-3=(x+1)(x-3)=\frac{5}{2}(x+1)\times\frac{2}{5}(x-3)=\left(\frac{5}{2}x+\frac{5}{2}\right)\left(\frac{2}{5}x-\frac{6}{5}\right);$$

従って，整式 $7(x+1)=7x+7$ や $\frac{5}{2}(x+1)=\frac{5}{2}x+\frac{5}{2}$ などは x^2-2x-3 の約数であり，整式 x^2-2x-3 は $7x+7$ の倍数であり $\frac{5}{2}x+\frac{5}{2}$ の倍数である．

$\boxed{\text{終}}$

整式 A, B, P などが文字 x についての整式であることを明示するために，$A(x)$，$B(x)$，$P(x)$ などと書き表すことがある．そして，x の整式 $P(x)$ および数 α に対して，x に α を代入したときの $P(x)$ の値を $P(\alpha)$ と書き表す．

整式 A, B, P などが文字 x についての整式であることを明示するために，$A(x)$，$B(x)$，$P(x)$ などと書き表すことがある．そして，x の整式 $P(x)$ および数 α に対して，x に α を代入したときの $P(x)$ の値を $P(\alpha)$ と書き表す．

例 x の整式 $A(x) = x^3 - 4x^2 + 15$ において x に 3 を代入したときの値を $A(3)$ と書き表す：

$$A(3) = 3^3 - 4 \cdot 3^2 + 15 = 27 - 36 + 15 = 6 \ .$$

終

$\boxed{例}$ x の整式 $P(x)$ を 1 次式 $x-2$ で割るとする.

例 x の整式 $P(x)$ を 1 次式 $x-2$ で割るとする．このとき剰余は，0 または 1 次式 $x-2$ より次数が低い整式なので，0 または 0 次式である．つまり剰余は定数である．よって x を含まない．

$\boxed{\text{例}}$ x の整式 $P(x)$ を 1 次式 $x-2$ で割るとする．このとき剰余は，0 または 1 次式 $x-2$ より次数が低い整式なので，0 または 0 次式である．つまり剰余は定数である．よって x を含まない．この剰余を R とおき，整商を $Q(x)$ とおくと，

$$P(x) = (x-2)Q(x) + R \ .$$

（割られる整式）＝（割る整式）×（整商）＋（剰余）

$\boxed{\text{例}}$ x の整式 $P(x)$ を 1 次式 $x-2$ で割るとする．このとき剰余は，0 または 1 次式 $x-2$ より次数が低い整式なので，0 または 0 次式である．つまり剰余は定数である．よって x を含まない．この剰余を R とおき，整商を $Q(x)$ とおくと，

$$P(x) = (x-2)Q(x) + R\ .$$

この等式の両辺の x に 2 を代入する．このとき剰余 R は x を含まないので変わらない：

$$P(2) = (2-2)Q(2) + R\ .$$

$\boxed{例}$ x の整式 $P(x)$ を 1 次式 $x-2$ で割るとする．このとき剰余は，0 または 1 次式 $x-2$ より次数が低い整式なので，0 または 0 次式である．つまり剰余は定数である．よって x を含まない．この剰余を R とおき，整商を $Q(x)$ とおくと，

$$P(x) = (x-2)Q(x) + R\ .$$

この等式の両辺の x に 2 を代入する．このとき剰余 R は x を含まないので変わらない：

$$P(2) = (2-2)Q(2) + R\ .$$

この等式の右辺を計算すると

$$(2-2)Q(2) + R = 0 \cdot Q(2) + R = R\ ,$$

よって

$$P(2) = R\ .$$

$\boxed{\text{例}}$ x の整式 $P(x)$ を 1 次式 $x-2$ で割るとする．このとき剰余は，0 または 1 次式 $x-2$ より次数が低い整式なので，0 または 0 次式である．つまり剰余は定数である．よって x を含まない．この剰余を R とおき，整商を $Q(x)$ とおくと，

$$P(x) = (x-2)Q(x) + R \ .$$

この等式の両辺の x に 2 を代入する．このとき剰余 R は x を含まないので変わらない：

$$P(2) = (2-2)Q(2) + R \ .$$

この等式の右辺を計算すると

$$(2-2)Q(2) + R = 0 \cdot Q(2) + R = R \ ,$$

よって

$$P(2) = R \ .$$

このように $P(x)$ を $x-2$ で割るときの剰余 R は $P(2)$ と等しい．

例えば $P(x)=x^3-5x^2+7$ を $x-2$ で割ると剰余は -5 であるが，これは次の値と等しい：

$$P(2)=2^3-5\cdot 2^2+7=8-20+7=-5\ .$$

$$\begin{array}{r l}
 & x^2-3x-6 \\ \cline{2-2}
x-2 \, \big) & x^3-5x^2+7 \\
 & x^3-2x^2 \\ \cline{2-2}
 & -3x^2 \\
 & -3x^2+6x \\ \cline{2-2}
 & -6x+7 \\
 & -6x+12 \\ \cline{2-2}
 & -5
\end{array}$$

終

一般的にいうと次の定理が成り立つ.

定理（剰余定理）　x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について，$P(x)$ を x の 1 次式 $x-\alpha$ で割るときの剰余は $P(\alpha)$ に等しい.

一般的にいうと次の定理が成り立つ.

定理（剰余定理） x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について，$P(x)$ を x の 1 次式 $x-\alpha$ で割るときの剰余は $P(\alpha)$ に等しい.

証明　$P(x)$ を 1 次式 $x-\alpha$ で割るときの整商を $Q(x)$ とおき，剰余を R とおく：

$$P(x) = (x-\alpha)Q(x) + R \quad \text{(但し } R \text{ は } 0 \text{ または } x-\alpha \text{ より次数が低い整式)}.$$

剰余 R は，0 または 1 より低い次数の整式なので，0 または 0 次式である；つまり定数である．よって剰余 R は x を含まない．上の等式において x に α を代入すると

$$P(\alpha) = (\alpha-\alpha)Q(\alpha) + R = 0 \cdot Q(\alpha) + R = R\ ;$$

つまり，$P(x)$ を $x-\alpha$ で割るときの剰余 R は $P(\alpha)$ に等しい.　(証明終了)

例 x の整式 x^3+2x^2 を x の整式 $x+3$ で割るときの剰余を求める.

$\boxed{\text{例}}$ x の整式 x^3+2x^2 を x の整式 $x+3$ で割るときの剰余を求める． $P(x)=x^3+2x^2$ とおく．
剰余定理により，$P(x)$ を $x+3$ で割るときの剰余は $P(-3)$ の値である．

$\boxed{\text{例}}$ x の整式 x^3+2x^2 を x の整式 $x+3$ で割るときの剰余を求める. $P(x)=x^3+2x^2$ とおく.
剰余定理により, $P(x)$ を $x+3$ で割るときの剰余は $P(-3)$ の値である.

$$P(-3) = (-3)^3+2\cdot(-3)^2 = -27+18 = -9 \ .$$

故に x^3+2x^2 を $x+3$ で割るときの剰余は -9 である.

$\boxed{\text{例}}$ x の整式 x^3+2x^2 を x の整式 $x+3$ で割るときの剰余を求める． $P(x)=x^3+2x^2$ とおく．
剰余定理により，$P(x)$ を $x+3$ で割るときの剰余は $P(-3)$ の値である．

$$P(-3) = (-3)^3+2\cdot(-3)^2 = -27+18 = -9\ .$$

故に x^3+2x^2 を $x+3$ で割るときの剰余は -9 である．実際に x^3+2x^2 を $x+3$ で割る計算をしても剰余は -9 である． $\boxed{\text{終}}$

$$
\begin{array}{r@{\,}r}
 & x^2-\ x+3 \\ \cline{2-2}
x+3 & \big)\,x^3+2x^2 \\
 & \underline{x^3+3x^2} \\
 & -\ x^2 \\
 & \underline{-\ x^2-3x} \\
 & 3x \\
 & \underline{3x+9} \\
 & -9
\end{array}
$$

$\boxed{問2.4.1}$ x の整式 $3x^4+7x$ を x の整式 $x+2$ で割るときの剰余を，剰余定理を用いる方法と実際に除算する方法とで求めよ．

$\boxed{問2.4.1}$ x の整式 $3x^4+7x$ を x の整式 $x+2$ で割るときの剰余を，剰余定理を用いる方法と実際に除算する方法とで求めよ．

$x=-2$ のとき

$$3x^4+7x = 3(-2)^4+7(-2) = 34 \ .$$

剰余定理により，$3x^4+7x$ を $x+2$

で割るときの剰余は 34 ．

$\boxed{\text{問}2.4.1}$ x の整式 $3x^4+7x$ を x の整式 $x+2$ で割るときの剰余を，剰余定理を用いる方法と実際に除算する方法とで求めよ．

$x=-2$ のとき

$$3x^4+7x = 3(-2)^4+7(-2) = 34 \ .$$

剰余定理により，$3x^4+7x$ を $x+2$ で割るときの剰余は 34 ．

実際に除算をしても剰余は 34 である．

$$
\begin{array}{rrrrrr}
 & 3x^3 & -6x^2 & +12x & -17 \\ \cline{2-6}
x+2 \big) & 3x^4 & & & +7x & \\
 & 3x^4 & +6x^3 & & & \\ \cline{2-3}
 & & -6x^3 & & & \\
 & & -6x^3 & -12x^2 & & \\ \cline{3-4}
 & & & 12x^2 & +7x & \\
 & & & 12x^2 & +24x & \\ \cline{4-5}
 & & & & -17x & \\
 & & & & -17x & -34 \\ \cline{5-6}
 & & & & & 34
\end{array}
$$

$\boxed{\text{終}}$

x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について，x の 1 次式 $x-\alpha$ が $P(x)$ が因数であるとは，$P(x)$ が $x-\alpha$ で割り切れること，つまり $P(x)$ を B で割るときの剰余が 0 になることであった：

x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について，x の 1 次式 $x-\alpha$ が $P(x)$ が因数であるとは，$P(x)$ が $x-\alpha$ で割り切れること，つまり $P(x)$ を B で割るときの剰余が 0 になることであった：

$$
\begin{aligned}
& x-\alpha \text{ が } P(x) \text{ の因数である} \\
\iff\ & P(x) \text{ が } x-\alpha \text{ で割り切れる} \\
\iff\ & P(x) \text{ を } x-\alpha \text{ で割るときの剰余は } 0 \text{ である}\ .
\end{aligned}
$$

x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について，x の 1 次式 $x-\alpha$ が $P(x)$ が因数であるとは，$P(x)$ が $x-\alpha$ で割り切れること，つまり $P(x)$ を B で割るときの剰余が 0 になることであった：

$$\begin{aligned} & x-\alpha \text{ が } P(x) \text{ の因数である} \\ \iff\ & P(x) \text{ が } x-\alpha \text{ で割り切れる} \\ \iff\ & P(x) \text{ を } x-\alpha \text{ で割るときの剰余は } 0 \text{ である}\ . \end{aligned}$$

剰余定理により，$P(x)$ を $x-\alpha$ で割るときの剰余は $P(\alpha)$ であるから，

$$x-\alpha \text{ が } P(x) \text{ の因数である} \quad \iff \quad P(\alpha)=0\ .$$

x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について，x の 1 次式 $x-\alpha$ が $P(x)$ が因数であるとは，$P(x)$ が $x-\alpha$ で割り切れること，つまり $P(x)$ を B で割るときの剰余が 0 になることであった：

$$\begin{aligned} & x-\alpha \text{ が } P(x) \text{ の因数である} \\ \iff\ & P(x) \text{ が } x-\alpha \text{ で割り切れる} \\ \iff\ & P(x) \text{ を } x-\alpha \text{ で割るときの剰余は } 0 \text{ である} . \end{aligned}$$

剰余定理により，$P(x)$ を $x-\alpha$ で割るときの剰余は $P(\alpha)$ であるから，

$$x-\alpha \text{ が } P(x) \text{ の因数である} \quad \iff \quad P(\alpha)=0 .$$

この事実は因数定理とよばれる重要な定理である.

定理（因数定理） x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について，

$$x-\alpha \text{ が } P(x) \text{ の因数である} \quad \iff \quad P(\alpha)=0 .$$

因数定理により, x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について次のことが成り立つ:

$P(\alpha) = 0$ ならば $x - \alpha$ は $P(x)$ の因数であり,

$P(\alpha) \neq 0$ ならば $x - \alpha$ は $P(x)$ の因数でない.

因数定理により，x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について次のことが成り立つ：

$P(\alpha)=0$ ならば $x-\alpha$ は $P(x)$ の因数であり，

$P(\alpha)\neq 0$ ならば $x-\alpha$ は $P(x)$ の因数でない．

$\boxed{\text{例}}$ x の 1 次式 x，$x+1$，$x-1$，$x+2$，$x-2$ の各々について，x の 3 次式 x^3-3x^2+4 の因数であるか否か判定する．

因数定理により，x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について次のことが成り立つ：

$P(\alpha)=0$ ならば $x-\alpha$ は $P(x)$ の因数であり，

$P(\alpha)\neq 0$ ならば $x-\alpha$ は $P(x)$ の因数でない．

$\boxed{\text{例}}$ x の 1 次式 x，$x+1$，$x-1$，$x+2$，$x-2$ の各々について，x の 3 次式 x^3-3x^2+4 の因数であるか否か判定する． $P(x)=x^3-3x^2+4$ とおく．

$$P(0)=0^3-3\cdot 0^2+4=4\neq 0\ ,$$

$$P(-1)=(-1)^3-3\cdot(-1)^2+4=0\ ,$$

$$P(1)=1^3-3\cdot 1^2+4=2\neq 0\ ,$$

$$P(-2)=(-2)^3-3\cdot(-2)^2+4=-16\neq 0\ ,$$

$$P(2)=2^3-3\cdot 2^2+4=0\ .$$

因数定理により，x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について次のことが成り立つ：

$P(\alpha)=0$ ならば $x-\alpha$ は $P(x)$ の因数であり，

$P(\alpha)\neq 0$ ならば $x-\alpha$ は $P(x)$ の因数でない．

例 x の 1 次式 x，$x+1$，$x-1$，$x+2$，$x-2$ の各々について，x の 3 次式 x^3-3x^2+4 の因数であるか否か判定する． $P(x)=x^3-3x^2+4$ とおく．

$$P(0)=0^3-3\cdot 0^2+4=4\neq 0\ ,$$

$$P(-1)=(-1)^3-3\cdot(-1)^2+4=0\ ,$$

$$P(1)=1^3-3\cdot 1^2+4=2\neq 0\ ,$$

$$P(-2)=(-2)^3-3\cdot(-2)^2+4=-16\neq 0\ ,$$

$$P(2)=2^3-3\cdot 2^2+4=0\ .$$

因数定理により，$x+1$ と $x-2$ とは x^3-3x^2+4 の因数であり，x と $x-1$ と $x+2$ とは x^3-3x^2+4 の因数ではない． 終

$\boxed{問2.4.2}$ x の 1 次式 x, $x+1$, $x-1$, $x+2$, $x-2$ の各々について, x の 4 次式 x^4+5x-6 の因数であるか否か判定せよ.

$P(x)=x^4+5x-6$ とおく.

$$P(0)=$$

$$P(-1)=$$

$$P(1)=$$

$$P(-2)=$$

$$P(2)=$$

因数定理により, 　　　　と　　　　とは x^4+5x-6 の因数であり, 　　　と　　　　と　　　　とは x^4+5x-6 の因数でない. $\boxed{終}$

$\boxed{\text{問}2.4.2}$ x の 1 次式 x , $x+1$, $x-1$, $x+2$, $x-2$ の各々について，x の 4 次式 x^4+5x-6 の因数であるか否か判定せよ.

$P(x)=x^4+5x-6$ とおく.

$$P(0)=0^4+5\cdot 0-6=-6\neq 0\ ,$$

$$P(-1)=(-1)^4+5\cdot(-1)-6=-10\neq 0\ ,$$

$$P(1)=1^4+5\cdot 1-6=0\ ,$$

$$P(-2)=(-2)^4+5\cdot(-2)-6=0\ ,$$

$$P(2)=2^4+5\cdot 2-6=20\neq 0\ .$$

因数定理により，$x-1$ と $x+2$ とは x^4+5x-6 の因数であり，x と $x+1$ と $x+2$ とは x^4+5x-6 の因数でない. $\boxed{\text{終}}$

$\boxed{例}$ 次の条件を満たす x の 2 次式 $P(x)$ を一つ求める: $P(5)=0$ かつ $P(-2)=0$. 結果は降冪の順に整理する.

$\boxed{例}$ 次の条件を満たす x の 2 次式 $P(x)$ を一つ求める：$P(5)=0$ かつ $P(-2)=0$ ．結果は降冪の順に整理する．$P(5)=0$ かつ $P(-2)=0$ なので，因数定理により，1 次式 $x-5$ と $x+2$ とは $P(x)$ の因数である．

$\boxed{\text{例}}$ 次の条件を満たす x の 2 次式 $P(x)$ を一つ求める：$P(5)=0$ かつ $P(-2)=0$ ．結果は降冪の順に整理する．$P(5)=0$ かつ $P(-2)=0$ なので，因数定理により，1 次式 $x-5$ と $x+2$ とは $P(x)$ の因数である．$x-5$ と $x+2$ とを因数とする 2 次式の一つは $(x-5)(x+2)$ ，展開して整理すると

$$(x-5)(x+2) = x^2-3x-10 \ .$$

例 次の条件を満たす x の 2 次式 $P(x)$ を一つ求める：$P(5)=0$ かつ $P(-2)=0$ ．結果は降冪の順に整理する．$P(5)=0$ かつ $P(-2)=0$ なので，因数定理により，1 次式 $x-5$ と $x+2$ とは $P(x)$ の因数である．$x-5$ と $x+2$ とを因数とする 2 次式の一つは $(x-5)(x+2)$ ，展開して整理すると

$$(x-5)(x+2) = x^2-3x-10 \ .$$

従って $P(5)=0$ かつ $P(-2)=0$ となる 2 次式 $P(x)$ の一つは $x^2-3x-10$ である． 終

$\boxed{問 2.4.3}$ 次の条件を満たす x の 2 次式 $P(x)$ を一つ求めよ： $P(4) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ ． 結果は降冪の順に整理せよ.

$P(4) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ なので，因数定理により，　　　と　　　とは $P(x)$ の因数である．そのような 2 次式の一つは

$$ = \qquad .$$

従って $P(4) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ となる 2 次式 $P(x)$ の一つは　　　である.

$\boxed{\text{問}2.4.3}$ 次の条件を満たす x の 2 次式 $P(x)$ を一つ求めよ：$P(4) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ ．結果は降冪の順に整理せよ.

$P(4) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ なので，因数定理により，$x - 4$ と $x + 3$ とは $P(x)$ の因数である．そのような 2 次式の一つは

$$(x-4)(x+3) = x^2 - x - 12 \ .$$

従って $P(4) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ となる 2 次式 $P(x)$ の一つは $x^2 - x - 12$ である. $\boxed{\text{終}}$

$\boxed{\text{例}}$ 次の条件を満たす x の 3 次式 $P(x)$ を一つ求める： $P(2)=0$ かつ $P(-3)=0$ かつ $P(4)=0$ ． 結果は降冪の順に整理する.

$\boxed{例}$ 次の条件を満たす x の 3 次式 $P(x)$ を一つ求める：$P(2)=0$ かつ $P(-3)=0$ かつ $P(4)=0$ ．結果は降冪の順に整理する． $P(2)=0$ かつ $P(-3)=0$ かつ $P(4)=0$ なので，因数定理により，1 次式 $x-2$ と $x+3$ と $x-4$ とは $P(x)$ の因数である．

$\boxed{例}$ 次の条件を満たす x の 3 次式 $P(x)$ を一つ求める：$P(2)=0$ かつ $P(-3)=0$ かつ $P(4)=0$ ．結果は降冪の順に整理する． $P(2)=0$ かつ $P(-3)=0$ かつ $P(4)=0$ なので，因数定理により，1 次式 $x-2$ と $x+3$ と $x-4$ とは $P(x)$ の因数である． $x-2$ と $x+3$ と $x-4$ とを因数とする 3 次式の一つは $(x-2)(x+3)(x-4)$ ，展開して整理すると

$$(x-2)(x+3)(x-4) = x^3-3x^2-10x+24\ .$$

例 次の条件を満たす x の 3 次式 $P(x)$ をーつ求める： $P(2)=0$ かつ $P(-3)=0$ かつ $P(4)=0$ ．結果は降冪の順に整理する． $P(2)=0$ かつ $P(-3)=0$ かつ $P(4)=0$ なので，因数定理により，1 次式 $x-2$ と $x+3$ と $x-4$ とは $P(x)$ の因数である． $x-2$ と $x+3$ と $x-4$ とを因数とする 3 次式の一つは $(x-2)(x+3)(x-4)$ ，展開して整理すると

$$(x-2)(x+3)(x-4) = x^3-3x^2-10x+24 .$$

従って $P(2)=0$ かつ $P(-3)=0$ かつ $P(4)=0$ となる 3 次式 $P(x)$ の一つは $x^3-3x^2-10x+24$ である． 終

$\boxed{問 2.4.4}$ 次の条件を満たす x の 3 次式 $P(x)$ を一つ求めよ： $P(2)=0$ かつ $P(-3)=0$ かつ $P(5)=0$ ．結果は降冪の順に整理せよ.

$P(2)=0$ かつ $P(-3)=0$ かつ $P(5)=0$ なので，因数定理により，

と　　　と　　　とは $P(x)$ の因数である．そのような 3 次式の一つは

従って $P(2)=0$ かつ $P(-3)=0$ かつ $P(4)=0$ となる 3 次式 $P(x)$ の一つは　　　　　　　　である.

$\boxed{終}$

問2.4.4 次の条件を満たす x の 3 次式 $P(x)$ を一つ求めよ： $P(2)=0$ かつ $P(-3)=0$ かつ $P(5)=0$ ．結果は降冪の順に整理せよ.

$P(2)=0$ かつ $P(-3)=0$ かつ $P(5)=0$ なので，因数定理により，$x-2$ と $x+3$ と $x-5$ とは $P(x)$ の因数である．そのような 3 次式の一つは

$$(x-2)(x+3)(x-5) = x^3-4x^2-11x+30 \ .$$

従って $P(2)=0$ かつ $P(-3)=0$ かつ $P(4)=0$ となる 3 次式 $P(x)$ の一つは $x^3-4x^2-11x+30$ である. 終