2.8 有理式の計算

分母分子が整式である分数と等しくなる式を有理式という.

分母分子が整式である分数と等しくなる式を有理式という．例えば，

$$x^2 - 3x + 4 = \frac{x^2 - 3x + 4}{1}$$

なので，x の整式 $x^2 - 3x + 4$ は有理式である．

分母分子が整式である分数と等しくなる式を有理式という．例えば，

$$x^2 - 3x + 4 = \frac{x^2 - 3x + 4}{1}$$

なので，x の整式 $x^2 - 3x + 4$ は有理式である．一般的に，任意の整式 A は，分数 $\dfrac{A}{1}$ と等しいので有理式である．

分母分子が整式である分数と等しくなる式を有理式という．例えば，

$$x^2-3x+4=\frac{x^2-3x+4}{1}$$

なので，x の整式 x^2-3x+4 は有理式である．一般的に，任意の整式 A は，分数 $\frac{A}{1}$ と等しいので有理式である．また例えば，

$$x+\frac{7}{x-3}=\frac{x(x-3)}{x-3}+\frac{7}{x-3}=\frac{x(x-3)+7}{x-3}=\frac{x^2-3x+7}{x-3}$$

なので，式 $x+\frac{7}{x-3}$ は有理式である．

分母分子が整式である分数と等しくなる式を有理式という．例えば，

$$x^2 - 3x + 4 = \frac{x^2 - 3x + 4}{1}$$

なので，x の整式 $x^2 - 3x + 4$ は有理式である．一般的に，任意の整式 A は，分数 $\frac{A}{1}$ と等しいので有理式である．また例えば，

$$x + \frac{7}{x-3} = \frac{x(x-3)}{x-3} + \frac{7}{x-3} = \frac{x(x-3)+7}{x-3} = \frac{x^2-3x+7}{x-3}$$

なので，式 $x + \frac{7}{x-3}$ は有理式である．

有理式は数の種類でいうと有理数に相当する．

有理数とは分母分子が整数である分数で表わせる数のこと

であるのに対して，

有理式とは分母分子が整式である分数で表わせる式のこと

である．

分母が同じ分数どうしの和・差は，例えば次のように計算した：

$$\frac{8}{7}+\frac{5}{7} = \frac{8+5}{7} = \frac{13}{7}\,, \qquad \frac{8}{7}-\frac{5}{7} = \frac{8-5}{7} = \frac{3}{7}\,.$$

分母が同じ分数どうしの和・差は，例えば次のように計算した：

$$\frac{8}{7}+\frac{5}{7} = \frac{8+5}{7} = \frac{13}{7}\ , \qquad \frac{8}{7}-\frac{5}{7} = \frac{8-5}{7} = \frac{3}{7}\ .$$

分母が同じ分数式どうしの和・差も，同じように，次のように計算できる：整式 A, B, C について， $C \neq 0$ のとき

$$\frac{A}{C}+\frac{B}{C} = \frac{A+B}{C}\ , \qquad \frac{A}{C}-\frac{B}{C} = \frac{A-B}{C}\ .$$

分母が同じ分数どうしの和・差は，例えば次のように計算した：

$$\frac{8}{7}+\frac{5}{7}=\frac{8+5}{7}=\frac{13}{7}, \qquad \frac{8}{7}-\frac{5}{7}=\frac{8-5}{7}=\frac{3}{7}.$$

分母が同じ分数式どうしの和・差も，同じように，次のように計算できる：整式 A, B, C について，$C \neq 0$ のとき

$$\frac{A}{C}+\frac{B}{C}=\frac{A+B}{C}, \qquad \frac{A}{C}-\frac{B}{C}=\frac{A-B}{C}.$$

例 有理式 $\dfrac{5y-3}{y^2-2y+3}-\dfrac{2y+1}{y^2-2y+3}$ を計算する：

$$\frac{5y-3}{y^2-2y+3}-\frac{2y+1}{y^2-2y+3}=\frac{5y-3-(2y+1)}{y^2-2y+3}=\frac{3y-4}{y^2-2y+3}.$$

終

分母が異なる分数どうしの和・差の計算では，例えば次のように，分母が元の分数の各々の分母の最小公倍数になるように通分した：

$$\frac{5}{4}+\frac{7}{6} = \frac{5\times 3}{4\times 3}+\frac{7\times 2}{6\times 2} = \frac{15}{12}+\frac{14}{12} = \frac{15+14}{12} = \frac{29}{12} \ .$$

分母が異なる分数式どうしの和・差の計算でも，同様に，公式 $\dfrac{A}{B} = \dfrac{AC}{BC}$ を用いて通分する．

分母が異なる分数式どうしの和・差の計算でも，同様に，公式 $\dfrac{A}{B}=\dfrac{AC}{BC}$ を用いて通分する．

$\boxed{\text{例}}$ 有理式 $\dfrac{3}{t-3}+\dfrac{4}{2t+1}$ を計算する，

分母が異なる分数式どうしの和・差の計算でも，同様に，公式 $\dfrac{A}{B}=\dfrac{AC}{BC}$ を用いて通分する.

例 有理式 $\dfrac{3}{t-3}+\dfrac{4}{2t+1}$ を計算する，分数 $\dfrac{3}{t-3}$ の分母分子に $2t+1$ を掛けて，分数 $\dfrac{4}{2t+1}$ の分母分子に $t-3$ を掛けて，分母を $(t-3)(2t+1)$ にする.

分母が異なる分数式どうしの和・差の計算でも，同様に，公式 $\dfrac{A}{B}=\dfrac{AC}{BC}$ を用いて通分する．

例 有理式 $\dfrac{3}{t-3}+\dfrac{4}{2t+1}$ を計算する，分数 $\dfrac{3}{t-3}$ の分母分子に $2t+1$ を掛けて，分数 $\dfrac{4}{2t+1}$ の分母分子に $t-3$ を掛けて，分母を $(t-3)(2t+1)$ にする．

$$
\begin{aligned}
\frac{3}{t-3}+\frac{4}{2t+1} &= \frac{3(2t+1)}{(t-3)(2t+1)}+\frac{4(t-3)}{(2t+1)(t-3)} \\
&= \frac{3(2t+1)+4(t-3)}{(t-3)(2t+1)} = \frac{6t+3+4t-12}{(t-3)(2t+1)} \\
&= \frac{10t-9}{(t-3)(2t+1)}\ .
\end{aligned}
$$

終

$\boxed{\text{例}}$ 有理式 $\dfrac{3x+4}{x^2-x-2}+\dfrac{2x+5}{x^2-5x+6}$ を計算する.

$\boxed{例}$ 有理式 $\dfrac{3x+4}{x^2-x-2}+\dfrac{2x+5}{x^2-5x+6}$ を計算する．元の式の中の分数の分母 $x^2-x-2=(x+1)(x-2)$ と $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$ との最小公倍数は $(x+1)(x-2)(x-3)$ である．分母がこの最小公倍数になるように変形して通分する．

例 有理式 $\dfrac{3x+4}{x^2-x-2}+\dfrac{2x+5}{x^2-5x+6}$ を計算する．元の式の中の分数の分母 $x^2-x-2=(x+1)(x-2)$ と $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$ との最小公倍数は $(x+1)(x-2)(x-3)$ である．分母がこの最小公倍数になるように変形して通分する．

$$
\begin{aligned}
\frac{3x+4}{x^2-x-2}+\frac{2x+5}{x^2-5x+6} &= \frac{3x+4}{(x+1)(x-2)}+\frac{2x+5}{(x-2)(x-3)} \\
&= \frac{(3x+4)(x-3)}{(x+1)(x-2)(x-3)}+\frac{(x+1)(2x+5)}{(x+1)(x-2)(x-3)} \\
&= \frac{3x^2-5x-12+2x^2+7x+5}{(x+1)(x-2)(x-3)} \\
&= \frac{5x^2+2x-7}{(x+1)(x-2)(x-3)} \ .
\end{aligned}
$$

終

$\boxed{問 2.8.1}$ 有理式 $\dfrac{3x+5}{x^2-x-6}-\dfrac{x+4}{2x^2-5x-3}$ を計算する.

$\boxed{\text{問}2.8.1}$ 有理式 $\dfrac{3x+5}{x^2-x-6}-\dfrac{x+4}{2x^2-5x-3}$ を計算する.

$$\begin{aligned}
\frac{3x+5}{x^2-x-6}-\frac{x+4}{2x^2-5x-3} &= \frac{3x+5}{(x+2)(x-3)}-\frac{x+4}{(x-3)(2x+1)} \\
&= \frac{(3x+5)(2x+1)-(x+4)(x+2)}{(x+2)(x-3)(2x+1)} \\
&= \frac{6x^2+13x+5-(x^2+6x+8)}{(x+2)(x-3)(2x+1)} \\
&= \frac{5x^2+7x-3}{(x+2)(x-3)(2x+1)} \quad .
\end{aligned}$$

$\boxed{\text{終}}$

$\boxed{\text{例}}$ 有理式 $\dfrac{3x-5}{x^2-3x+2}-\dfrac{2x+1}{x^2+x-6}$ を計算する.

例 有理式 $\dfrac{3x-5}{x^2-3x+2}-\dfrac{2x+1}{x^2+x-6}$ を計算する．元の式の中の分数の分母 $x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$ と $x^2+x-6=(x-2)(x+3)$ との最小公倍数は $(x-1)(x-2)(x+3)$ である．分母がこの最小公倍数になるように変形して通分する．約分できるときは約分する．

例 有理式 $\dfrac{3x-5}{x^2-3x+2}-\dfrac{2x+1}{x^2+x-6}$ を計算する．元の式の中の分数の分母 $x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$ と $x^2+x-6=(x-2)(x+3)$ との最小公倍数は $(x-1)(x-2)(x+3)$ である．分母がこの最小公倍数になるように変形して通分する．約分できるときは約分する．

$$
\begin{aligned}
\frac{3x-5}{x^2-3x+2}-\frac{2x+1}{x^2+x-6} &= \frac{3x-5}{(x-1)(x-2)}-\frac{2x+1}{(x-2)(x+3)} \\
&= \frac{(3x-5)(x+3)}{(x-1)(x-2)(x+3)}-\frac{(x-1)(2x+1)}{(x-1)(x-2)(x+3)} \\
&= \frac{3x^2+4x-15-(2x^2-x-1)}{(x+1)(x-2)(x+3)} \\
&= \frac{x^2+5x-14}{(x-1)(x-2)(x+3)} = \frac{(x-2)(x+7)}{(x-1)(x-2)(x+3)} \\
&= \frac{x+7}{(x-1)(x+3)}\ .
\end{aligned}
$$

終

$\boxed{\text{問}2.8.2}$ 有理式 $\dfrac{x-1}{x^2-5x+6}+\dfrac{x+3}{3x^2-7x+2}$ を計算せよ.

$\boxed{\text{問}2.8.2}$ 有理式 $\dfrac{x-1}{x^2-5x+6}+\dfrac{x+3}{3x^2-7x+2}$ を計算せよ.

$$
\begin{aligned}
\frac{x-1}{x^2-5x+6}+\frac{x+3}{3x^2-7x+2} &= \frac{x-1}{(x-2)(x-3)}+\frac{x+3}{(x-2)(3x-1)} \\
&= \frac{(x-1)(3x-1)}{(x-2)(x-3)(3x-1)}+\frac{(x+3)(x-3)}{(x-2)(3x-1)(x-3)} \\
&= \frac{3x^2-4x+1+x^2-9}{(x-2)(x-3)(3x-1)}=\frac{4x^2-4x-8}{(x-2)(x-3)(3x-1)} \\
&= \frac{4(x+1)(x-2)}{(x-2)(x-3)(3x-1)} \\
&= \frac{4(x+1)}{(x-3)(3x-1)}\ .
\end{aligned}
$$

分数どうしの積・商は例えば次のように計算した：

$$\frac{4}{3}\times\frac{5}{7}=\frac{4\times5}{3\times7}=\frac{20}{21}\ , \qquad \frac{4}{3}\div\frac{5}{7}=\frac{4}{3}\times\frac{7}{5}=\frac{4\times7}{3\times5}=\frac{28}{15}\ .$$

分数式どうしの積・商も同じように計算する：整式 A, B, C, D について，

$$\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD} \quad （但し \ B \neq 0，D \neq 0），$$

$$\frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C} = \frac{AD}{BC} \quad （但し \ B \neq 0，C \neq 0，D \neq 0）.$$

分数式どうしの積・商も同じように計算する：整式 A, B, C, D について，

$$\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD} \quad （但し\ B \neq 0\ ，\ D \neq 0\ ），$$

$$\frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C} = \frac{AD}{BC} \quad （但し\ B \neq 0\ ，\ C \neq 0\ ，\ D \neq 0\ ）．$$

例 有理式 $\dfrac{3y-1}{y^2-5y+4} \times \dfrac{y^2-2y-8}{y^2-3y+4}$ を計算する.

$$\begin{aligned}\frac{3y-1}{y^2-5y+4} \times \frac{y^2-2y-8}{y^2-3y+4} &= \frac{(3y-1)(y^2-2y-8)}{(y^2-5y+4)(y^2-3y+4)} \\ &= \frac{(3y-1)(y+2)(y-4)}{(y-1)(y-4)(y^2-3y+4)} \\ &= \frac{(y+2)(3y-1)}{(y-1)(y^2-3y+4)}\ .\end{aligned}$$

終

$\boxed{\text{問}2.8.3}$ 有理式 $\dfrac{3x-5}{x^2-4x+3} \times \dfrac{2x^2-3x-9}{x^2-4x+5}$ を計算せよ.

$\boxed{問 2.8.3}$ 有理式 $\dfrac{3x-5}{x^2-4x+3} \times \dfrac{2x^2-3x-9}{x^2-4x+5}$ を計算せよ.

$$
\begin{aligned}
\frac{3x-5}{x^2-4x+3} \times \frac{2x^2-3x-9}{x^2-4x+5} &= \frac{(3x-5)(2x^2-3x-9)}{(x^2-4x+3)(x^2-4x+5)} \\
&= \frac{(3x-5)(x-3)(2x+3)}{(x-1)(x-3)(x^2-4x+5)} \\
&= \frac{(2x+3)(3x-5)}{(x-1)(x^2-4x+5)} \ .
\end{aligned}
$$

例 有理式 $\dfrac{t+2}{t^2-4t+5} \div \dfrac{t^2-2t-8}{t^2-4t+3}$ を計算する.

例 有理式 $\dfrac{t+2}{t^2-4t+5} \div \dfrac{t^2-2t-8}{t^2-4t+3}$ を計算する.

$$
\begin{aligned}
\frac{t+2}{t^2-4t+5} \div \frac{t^2-2t-8}{t^2-4t+3} &= \frac{t+2}{t^2-4t+5} \times \frac{t^2-4t+3}{t^2-2t-8} \\
&= \frac{(t+2)(t^2-4t+3)}{(t^2-4t+5)(t^2-2t-8)} \\
&= \frac{(t+2)(t-1)(t-3)}{(t^2-4t+5)(t+2)(t-4)} \\
&= \frac{(t-1)(t-3)}{(t-4)(t^2-4t+5)} \ .
\end{aligned}
$$

終

$\boxed{\text{問}2.8.4}$ 有理式 $\dfrac{3y-6}{y^2-3y+4} \div \dfrac{y^2-5y+6}{y^2-4y-5}$ を計算せよ.

$\boxed{\text{問}2.8.4}$ 有理式 $\dfrac{3y-6}{y^2-3y+4} \div \dfrac{y^2-5y+6}{y^2-4y-5}$ を計算せよ.

$$
\begin{aligned}
\frac{3y-6}{y^2-3y+4} \div \frac{y^2-5y+6}{y^2-4y-5} &= \frac{3y-6}{y^2-3y+4} \times \frac{y^2-4y-5}{y^2-5y+6} \\
&= \frac{(3y-6)(y+1)(y-5)}{(y^2-3y+4)(y-2)(y-3)} \\
&= \frac{3(y+1)(y-5)}{(y-3)(y^2-3y+4)} \ .
\end{aligned}
$$

このように，分数式と分数式との和・差・積・商（但し 0 で割る商は除く）は計算して整理すると分数式になる．なので，有理式と有理式との和・差・積・商はやはり有理式である．つまり，有理式の範囲では四則演算（但し 0 で割る商は除く）が自由にできる．

例えば分数 $\dfrac{23}{5}$ について，分子 23 を分母 5 で割るときの整商は 4 で 剰余は 3 なので， $23 = 5 \times 4 + 3$ ；このことより，

$$\frac{23}{5} = \frac{5 \times 4 + 3}{5} = \frac{5 \times 4}{5} + \frac{3}{5} = 4 + \frac{3}{5} \ .$$

例えば分数 $\dfrac{23}{5}$ について，分子 23 を分母 5 で割るときの整商は 4 で剰余は 3 なので， $23 = 5 \times 4 + 3$ ；このことより，

$$\frac{23}{5} = \frac{5 \times 4 + 3}{5} = \frac{5 \times 4}{5} + \frac{3}{5} = 4 + \frac{3}{5} \ .$$

分数式でも似たような計算をする． x の整式 A 及び 0 以外の x の整式 B に対して，分数式 $\dfrac{A}{B}$ の分子の整式 A の次数が分母の整式 B の次数以上であるとする．

例えば分数 $\dfrac{23}{5}$ について，分子 23 を分母 5 で割るときの整商は 4 で 剰余は 3 なので， $23 = 5 \times 4 + 3$ ；このことより，

$$\frac{23}{5} = \frac{5 \times 4 + 3}{5} = \frac{5 \times 4}{5} + \frac{3}{5} = 4 + \frac{3}{5} \ .$$

分数式でも似たような計算をする． x の整式 A 及び 0 以外の x の整式 B に対して，分数式 $\dfrac{A}{B}$ の分子の整式 A の次数が分母の整式 B の次数以上であるとする．分子 A を分母 B で割るときの整商 Q と剰余 R とについて，

$$A = BQ + R \quad （ R \text{ は } 0 \text{ または } B \text{ より次数が低い整式}）$$

このことより，

$$\frac{A}{B} = \frac{BQ + R}{B} = \frac{BQ}{B} + \frac{R}{B} = Q + \frac{R}{B} \ .$$

例えば分数 $\dfrac{23}{5}$ について，分子 23 を分母 5 で割るときの整商は 4 で 剰余は 3 なので， $23=5\times4+3$ ；このことより，

$$\frac{23}{5}=\frac{5\times4+3}{5}=\frac{5\times4}{5}+\frac{3}{5}=4+\frac{3}{5}\ .$$

分数式でも似たような計算をする． x の整式 A 及び 0 以外の x の整式 B に対して，分数式 $\dfrac{A}{B}$ の分子の整式 A の次数が分母の整式 B の次数以上であるとする．分子 A を分母 B で割るときの整商 Q と剰余 R とについて，

$$A=BQ+R \quad （R \text{ は } 0 \text{ または } B \text{ より次数が低い整式}）$$

このことより，

$$\frac{A}{B}=\frac{BQ+R}{B}=\frac{BQ}{B}+\frac{R}{B}=Q+\frac{R}{B}\ .$$

このように，分数式の分子の整式の次数が分母の整式の次数以上であるとき，その分数式を，分子の整式の次数が分母の整式の次数より低い分数式と整式との和または差の形に変形できる．

$\boxed{\text{例}}$ x の分数式 $\dfrac{2x^2-7x+11}{2x-3}$ を，分子の整式の次数が分母の整式の次数より低い分数式と整式との和または差の形に変形する．

$\boxed{\text{例}}$ x の分数式 $\dfrac{2x^2-7x+11}{2x-3}$ を，分子の整式の次数が分母の整式の次数より低い分数式と整式との和または差の形に変形する．分子の整式 $2x^2-7x+11$ の次数 2 は分母の整式 $2x-3$ の次数 1 以上なので，分子 $2x^2-7x+11$ を分母 $2x-3$ で割る；このとき整商は $x-2$ であり剰余は 5 であるから，

$$
\begin{array}{r}
x-\ \ 2 \\
2x-3\ \big)\overline{\,2x^2-7x+11} \\
\underline{2x^2-3x} \\
-4x+11 \\
\underline{-4x+\ \ 6} \\
5
\end{array}
$$

$$2x^2-7x+11 = (2x-3)(x-2)+5\ .$$

例 x の分数式 $\dfrac{2x^2-7x+11}{2x-3}$ を，分子の整式の次数が分母の整式の次数より低い分数式と整式との和または差の形に変形する．分子の整式 $2x^2-7x+11$ の次数 2 は分母の整式 $2x-3$ の次数 1 以上なので，分子 $2x^2-7x+11$ を分母 $2x-3$ で割る；このとき整商は $x-2$ であり剰余は 5 であるから，

$$
\begin{array}{r|rrr}
 & & x & -\ 2 \\ \cline{2-4}
2x-3 & 2x^2 & -7x & +11 \\
 & 2x^2 & -3x & \\ \cline{2-3}
 & & -4x & +11 \\
 & & -4x & +\ \ 6 \\ \cline{3-4}
 & & & 5
\end{array}
$$

$$2x^2-7x+11 = (2x-3)(x-2)+5\ .$$

従って

$$
\begin{aligned}
\frac{2x^2-7x+11}{2x-3} &= \frac{(2x-3)(x-2)+5}{2x-3} = \frac{(2x-3)(x-2)}{2x-3} + \frac{5}{2x-3} \\
&= x-2+\frac{5}{2x-3}\ .
\end{aligned}
$$

終

$\boxed{問 2.8.5}$ x の分数式 $\dfrac{6x^2-7x-8}{2x+1}$ を，分子の整式の次数が分母の整式の次数より低い分数式と整式との和または差の形に変形せよ.

分子 $6x^2-7x-8$ を分母 $2x+1$ で割ると，整商は であり剰余は であるから，

$$6x^2-7x-8=$$

よって

$$\frac{6x^2-7x-8}{2x+1}=$$

$\boxed{問2.8.5}$ x の分数式 $\dfrac{6x^2-7x-8}{2x+1}$ を，分子の整式の次数が分母の整式の次数より低い分数式と整式との和または差の形に変形せよ.

分子 $6x^2-7x-8$ を分母 $2x+1$ で割ると，整商は $3x-5$ であり剰余は -3 であるから，

$$6x^2-7x-8 = (3x-5)(2x+1)-3 \ .$$

よって

$$\frac{6x^2-7x-8}{2x+1} = \frac{(3x-5)(2x+1)-3}{2x+1} = 3x-5-\frac{3}{2x+1} \ .$$

$\boxed{終}$

$\boxed{\text{例}}$ x の分数式 $\dfrac{2x^3-3x^2+1}{x^2-2}$ を，分子の整式の次数が分母の整式の次数より低い分数式と整式との和または差の形に変形する．

$\boxed{\text{例}}$ x の分数式 $\dfrac{2x^3-3x^2+1}{x^2-2}$ を，分子の整式の次数が分母の整式の次数より低い分数式と整式との和または差の形に変形する．分子の整式 $2x^3-3x^2+1$ の次数 3 は分母の整式 x^2-2 の次数 2 以上

なので，分子 $2x^3-3x^2+1$ を分母 x^2-2 で割

る；

$\boxed{\text{例}}$ x の分数式 $\dfrac{2x^3-3x^2+1}{x^2-2}$ を，分子の整式の次数が分母の整式の次数より低い分数式と整式との和または差の形に変形する．分子の整式 $2x^3-3x^2+1$ の次数 3 は分母の整式 x^2-2 の次数 2 以上なので，分子 $2x^3-3x^2+1$ を分母 x^2-2 で割る；このとき整商は $2x-3$ であり剰余は $4x-5$ であるから，

$$2x^3-3x^2+1 = (2x-3)(x^2-2)+4x-5 \ .$$

$$\begin{array}{rrrrr}
 & & & 2x & -3 \\ \cline{2-5}
x^2-2 \,\big) & 2x^3 & -3x^2 & & +1 \\
 & 2x^3 & & -4x & \\ \cline{2-4}
 & & -3x^2 & +4x & +1 \\
 & & -3x^2 & & +6 \\ \cline{3-5}
 & & & 4x & -5
\end{array}$$

$\boxed{\text{例}}$ x の分数式 $\dfrac{2x^3-3x^2+1}{x^2-2}$ を，分子の整式の次数が分母の整式の次数より低い分数式と整式との和または差の形に変形する．分子の整式 $2x^3-3x^2+1$ の次数 3 は分母の整式 x^2-2 の次数 2 以上なので，分子 $2x^3-3x^2+1$ を分母 x^2-2 で割る；このとき整商は $2x-3$ であり剰余は $4x-5$ であるから，

$$
\begin{array}{r@{\,}l}
 & \;2x-3 \\ \cline{2-2}
x^2-2 & \big)\;2x^3-3x^2\qquad +1 \\
 & \;\;2x^2\qquad -4x \\ \cline{2-2}
 & \qquad -3x^2+4x+1 \\
 & \qquad -3x^2\qquad +6 \\ \cline{2-2}
 & \qquad\qquad 4x-5
\end{array}
$$

$$2x^3-3x^2+1 = (2x-3)(x^2-2)+4x-5 \ .$$

よって

$$\frac{2x^3-3x^2+1}{x^2-2} = \frac{(2x-3)(x^2-2)+4x-5}{x^2-2} = \frac{(2x-3)(x^2-2)}{x^2-2} + \frac{4x-5}{x^2-2}$$

$$= 2x-3+\frac{4x-5}{x^2-2} \ .$$

$\boxed{\text{終}}$

$\boxed{問2.8.6}$ x の分数式 $\dfrac{6x^3-3x^2+5}{3x^2+2}$ を，分子の整式の次数が分母の整式の次数より低い分数式と整式との和または差の形に変形せよ．

分子 $6x^3-3x^2+5$ を分母 $3x^2+2$ で割ると，整商は　　　　　であり剰余は　　　　　であるから，

$$6x^3-3x^2+5=$$

よって

$$\frac{6x^3-3x^2+5}{3x^2+2}=$$

$\boxed{\text{問}2.8.6}$ x の分数式 $\dfrac{6x^3-3x^2+5}{3x^2+2}$ を，分子の整式の次数が分母の整式の次数より低い分数式と整式との和または差の形に変形せよ.

分子 $6x^3-3x^2+5$ を分母 $3x^2+2$ で割ると，整商は $2x-1$ であり剰余は $-4x+7$ であるから，

$$6x^3-3x^2+5 = (2x-1)(3x^2+2)-4x+7\ .$$

よって

$$\frac{6x^3-3x^2+5}{3x^2+2} = \frac{(2x-1)(3x^2+2)-(4x-7)}{3x^2+2} = 2x-1-\frac{4x-7}{3x^2+2}\ .$$

$\boxed{\text{終}}$