

3. 補遺 2 絶対値が現れる方程式

(定理 1.7.5) 任意の実数 a について $|a|^2 = a^2$.

(定理 1.3.2) 任意の数 a, b について, $a^2 = b^2 \iff a = \pm b$.

(定理 1.7.5) 任意の実数 a について $|a|^2 = a^2$.

(定理 1.3.2) 任意の数 a, b について, $a^2 = b^2 \iff a = \pm b$.

実数 a, b について, $|a| = b$ ならば, $|a|^2 = b^2$,

(定理 1.7.5) 任意の実数 a について $|a|^2 = a^2$.

(定理 1.3.2) 任意の数 a, b について, $a^2 = b^2 \iff a = \pm b$.

実数 a, b について, $|a| = b$ ならば, $|a|^2 = b^2$, 定理 1.7.5 により $|a|^2 = a^2$ なので $a^2 = b^2$, 定理 1.3.2 により $a = \pm b$.

(定理 1.7.5) 任意の実数 a について $|a|^2 = a^2$.

(定理 1.3.2) 任意の数 a, b について, $a^2 = b^2 \iff a = \pm b$.

実数 a, b について, $|a| = b$ ならば, $|a|^2 = b^2$, 定理 1.7.5 により $|a|^2 = a^2$ なので $a^2 = b^2$, 定理 1.3.2 により $a = \pm b$. このように, 任意の実数 a, b について,

$|a| = b$ ならば, $a = b$ または $a = -b$.

(定理 1.7.5) 任意の実数 a について $|a|^2 = a^2$.

(定理 1.3.2) 任意の数 a, b について, $a^2 = b^2 \iff a = \pm b$.

実数 a, b について, $|a| = b$ ならば, $|a|^2 = b^2$, 定理 1.7.5 により $|a|^2 = a^2$ なので $a^2 = b^2$, 定理 1.3.2 により $a = \pm b$. このように, 任意の実数 a, b について,

$$|a| = b \text{ ならば, } a = b \text{ または } a = -b .$$

実数 a, b について, “ $|a| = b$ ならば, $a = b$ または $a = -b$ ” であるが, “ $a = b$ または $a = -b$ ならば, $|a| = b$ ” であるとは限らない. つまり, $|a| = b$ と, “ $a = b$ または $a = -b$ ” とは, 同値であるとは限らない.

任意の実数 a, b について,

$$|a| = b \text{ ならば, } a = b \text{ または } a = -b .$$

任意の実数 a, b について,

$$|a| = b \text{ ならば, } a = b \text{ または } a = -b .$$

例 実数を表す変数 x に関する方程式 $|2x - 3| + 7 = 3x$ を解く.

任意の実数 a, b について,

$$|a| = b \text{ ならば, } a = b \text{ または } a = -b .$$

例 実数を表す変数 x に関する方程式 $|2x - 3| + 7 = 3x$ を解く. 方程式

$|2x - 3| + 7 = 3x$ より,

$$|2x - 3| = 3x - 7 ,$$

任意の実数 a, b について,

$$|a| = b \text{ ならば, } a = b \text{ または } a = -b .$$

例 実数を表す変数 x に関する方程式 $|2x - 3| + 7 = 3x$ を解く. 方程式

$|2x - 3| + 7 = 3x$ より,

$$|2x - 3| = 3x - 7 ,$$

$$2x - 3 = 3x - 7 \text{ または } 2x - 3 = -(3x - 7) ,$$

$$-x = -4 \text{ または } 5x = 10 ,$$

$$x = 4 \text{ または } x = 2 .$$

任意の実数 a, b について,

$$|a| = b \text{ ならば, } a = b \text{ または } a = -b .$$

例 実数を表す変数 x に関する方程式 $|2x - 3| + 7 = 3x$ を解く. 方程式

$$|2x - 3| + 7 = 3x \text{ より,}$$

$$|2x - 3| = 3x - 7 ,$$

$$2x - 3 = 3x - 7 \text{ または } 2x - 3 = -(3x - 7) ,$$

$$-x = -4 \text{ または } 5x = 10 ,$$

$$x = 4 \text{ または } x = 2 .$$

方程式 $|2x - 3| + 7 = 3x$ から “ $x = 4$ または $x = 2$ ” が導かれたが、逆に “ $x = 4$ または $x = 2$ ” のとき $|2x - 3| + 7 = 3x$ とは限らない. つまり 4 や 2 が方程式 $|2x - 3| + 7 = 3x$ の解であるとは限らない. よって 4 や 2 が解であるかどうか確かめなければならない.

任意の実数 a, b について,

$$|a| = b \text{ ならば, } a = b \text{ または } a = -b .$$

例 実数を表す変数 x に関する方程式 $|2x - 3| + 7 = 3x$ を解く. 方程式

$$|2x - 3| + 7 = 3x \text{ より,}$$

$$|2x - 3| = 3x - 7 ,$$

$$2x - 3 = 3x - 7 \text{ または } 2x - 3 = -(3x - 7) ,$$

$$-x = -4 \text{ または } 5x = 10 ,$$

$$x = 4 \text{ または } x = 2 .$$

$x = 4$ のとき $|2x - 3| + 7 = 3x$. 4 は与えられた方程式の解である.

任意の実数 a, b について,

$$|a| = b \text{ ならば, } a = b \text{ または } a = -b .$$

例 実数を表す変数 x に関する方程式 $|2x - 3| + 7 = 3x$ を解く. 方程式

$$|2x - 3| + 7 = 3x \text{ より,}$$

$$|2x - 3| = 3x - 7 ,$$

$$2x - 3 = 3x - 7 \text{ または } 2x - 3 = -(3x - 7) ,$$

$$-x = -4 \text{ または } 5x = 10 ,$$

$$x = 4 \text{ または } x = 2 .$$

$x = 4$ のとき $|2x - 3| + 7 = 3x$. 4 は与えられた方程式の解である. $x = 2$

のとき $|2x - 3| + 7 \neq 3x$. 2 は与えられた方程式の解でない.

任意の実数 a, b について,

$$|a| = b \text{ ならば, } a = b \text{ または } a = -b .$$

例 実数を表す変数 x に関する方程式 $|2x - 3| + 7 = 3x$ を解く. 方程式 $|2x - 3| + 7 = 3x$ より,

$$|2x - 3| = 3x - 7 ,$$

$$2x - 3 = 3x - 7 \text{ または } 2x - 3 = -(3x - 7) ,$$

$$-x = -4 \text{ または } 5x = 10 ,$$

$$x = 4 \text{ または } x = 2 .$$

$x = 4$ のとき $|2x - 3| + 7 = 3x$. 4 は与えられた方程式の解である. $x = 2$ のとき $|2x - 3| + 7 \neq 3x$. 2 は与えられた方程式の解でない. 故に与えられた方程式の解は 4 だけである.

終

例 実数を表す変数 y に関する方程式 $2|y+3|+y=1$ を解く.

例 実数を表す変数 y に関する方程式 $2|y+3|+y=1$ を解く. 方程式 $2|y+3|+y=1$ より,

$$2|y+3|=1-y,$$

$$2(y+3)=y-1 \quad \text{または} \quad 2(y+3)=1-y,$$

例 実数を表す変数 y に関する方程式 $2|y+3|+y=1$ を解く. 方程式 $2|y+3|+y=1$ より,

$$2|y+3|=1-y,$$

$$2(y+3)=y-1 \quad \text{または} \quad 2(y+3)=1-y,$$

$$y=-7 \quad \text{または} \quad 3y=-5.$$

$$y=-7 \quad \text{または} \quad y=-\frac{5}{3}.$$

例 実数を表す変数 y に関する方程式 $2|y+3|+y=1$ を解く. 方程式 $2|y+3|+y=1$ より,

$$2|y+3|=1-y,$$

$$2(y+3)=y-1 \quad \text{または} \quad 2(y+3)=1-y,$$

$$y=-7 \quad \text{または} \quad 3y=-5.$$

$$y=-7 \quad \text{または} \quad y=-\frac{5}{3}.$$

$y=-7$ のときも $y=-\frac{5}{3}$ のときも $2|y+3|+y=1$.

例 実数を表す変数 y に関する方程式 $2|y+3|+y=1$ を解く. 方程式 $2|y+3|+y=1$ より,

$$2|y+3|=1-y,$$

$$2(y+3)=y-1 \quad \text{または} \quad 2(y+3)=1-y,$$

$$y=-7 \quad \text{または} \quad 3y=-5.$$

$$y=-7 \quad \text{または} \quad y=-\frac{5}{3}.$$

$y=-7$ のときも $y=-\frac{5}{3}$ のときも $2|y+3|+y=1$. 故に与えられた方程式の解は -7 と $-\frac{5}{3}$ とである. **終**

問3.補遺2.1 実数を表す変数 x に関する方程式 $|4-x|+8=3x$ を解け.

方程式 $|4-x|+8=3x$ より,

$$|4-x| = \quad ,$$

$$4-x = \quad \text{または} \quad 4-x = \quad ,$$

$$x = \quad \text{または} \quad x = \quad ,$$

$$x = \quad \text{または} \quad x = \quad .$$

$x = \quad$ のとき $|4-x|+8 = 3x$. $x = 3$ のとき $|4-x|+8 = 3x$. 故に与えられた方程式の解は

問3.補遺2.1 実数を表す変数 x に関する方程式 $|4-x|+8=3x$ を解け.

方程式 $|4-x|+8=3x$ より,

$$|4-x|=3x-8,$$

$$4-x=3x-8 \text{ または } 4-x=-3x+8,$$

$$-4x=-12 \text{ または } 2x=4,$$

$$x=3 \text{ または } x=2.$$

$x=2$ のとき $|4-x|+8 \neq 3x$. $x=3$ のとき $|4-x|+8=3x$. 故に与えられた方程式の解は 3 だけである.

終

問3.補遺2.2 実数を表す変数 x に関する方程式 $|2x + 1| + x = 5$ を解け.

方程式 $|2x + 1| + x = 5$ より,

$$|2x + 1| = \quad ,$$

$$2x + 1 = \quad \text{または} \quad 2x + 1 = \quad ,$$

$$x = \quad \text{または} \quad x = \quad ,$$

$$x = \quad \text{または} \quad x = \quad .$$

$x = \quad$ のときも $x = \quad$ のときも $|2x + 1| + x \neq 5$. 故に与えられた方程式

の解は

問3.補遺2.2 実数を表す変数 x に関する方程式 $|2x + 1| + x = 5$ を解け.

方程式 $|2x + 1| + x = 5$ より,

$$|2x + 1| = 5 - x ,$$

$$2x + 1 = 5 - x \quad \text{または} \quad 2x + 1 = x - 5 ,$$

$$3x = 4 \quad \text{または} \quad x = -6 ,$$

$$x = \frac{4}{3} \quad \text{または} \quad x = -6 .$$

$x = \frac{4}{3}$ のときも $x = -6$ のときも $|2x + 1| + x = 5$. 故に与えられた方程式の解は $\frac{4}{3}$ と -6 とである. 終

問3.補遺2.3 実数を表す変数 x に関する方程式 $|5x - 3| + 2 = 3x$ を解け.

方程式 $|5x - 3| + 2 = 3x$ より,

$$|5x - 3| = \quad ,$$

$$5x - 3 = \quad \text{または} \quad 5x - 3 = \quad ,$$

$$x = \quad \text{または} \quad x = \quad ,$$

$$x = \quad \text{または} \quad x = \quad .$$

$x = \quad$ のときも $x = \quad$ のときも $|5x - 3| + 2 = 2x$. 故に与えられた方程式の解は

問3.補遺2.3 実数を表す変数 x に関する方程式 $|5x - 3| + 2 = 3x$ を解け.

方程式 $|5x - 3| + 2 = 3x$ より,

$$|5x - 3| = 3x - 2 ,$$

$$5x - 3 = 3x - 2 \quad \text{または} \quad 5x - 3 = -3x + 2 ,$$

$$2x = 1 \quad \text{または} \quad 8x = 5 ,$$

$$x = \frac{1}{2} \quad \text{または} \quad x = \frac{5}{8} .$$

$x = \frac{1}{2}$ のときも $x = \frac{5}{8}$ のときも $|5x - 3| + 2 \neq 2x$. 故に与えられた方程式の解は無い.

終

問3.補遺2.4 実数を表す変数 y に関する方程式 $\frac{3}{2}|y-4|+5=2y$ を解け.

方程式 $\frac{3}{2}|y-4|+5=2y$ より,

$$\frac{3}{2}|y-4| = \quad ,$$

$$3|y-4| = \quad ,$$

$$3(y-4) = \quad \text{または} \quad 3(y-4) = \quad ,$$

$$y = \quad \text{または} \quad y = \quad ,$$

$$y = \quad \text{または} \quad y = \quad .$$

$y = \quad$ のとき $\frac{3}{2}|y-4|+5 = 2y$. $y = \frac{22}{7}$ のとき $\frac{3}{2}|y-4|+5 = 2y$. 故

に与えられた方程式の解は

問3.補遺2.4 実数を表す変数 y に関する方程式 $\frac{3}{2}|y-4|+5=2y$ を解け.

方程式 $\frac{3}{2}|y-4|+5=2y$ より,

$$\frac{3}{2}|y-4|=2y-5,$$

$$3|y-4|=4y-10,$$

$$3(y-4)=4y-10 \quad \text{または} \quad 3(y-4)=-4y+10,$$

$$-y=2 \quad \text{または} \quad 7y=22,$$

$$y=-2 \quad \text{または} \quad y=\frac{22}{7}.$$

$y=-2$ のとき $\frac{3}{2}|y-4|+5 \neq 2y$. $y=\frac{22}{7}$ のとき $\frac{3}{2}|y-4|+5=2y$. 故

に与えられた方程式の解は $\frac{22}{7}$ だけである.

終

問3.補遺2.5 実数を表す変数 y に関する方程式 $3\left|\frac{y-5}{2}\right| + y = 3$ を解け.

方程式 $3\left|\frac{y-5}{2}\right| + y = 3$ より,

$$3\frac{|y-5|}{2} = \quad ,$$

$$3|y-5| = \quad .$$

$$3(y-5) = \quad \text{または} \quad 3(y-5) = \quad .$$

$$y = \quad \text{または} \quad y = \quad .$$

$$y = \quad \text{または} \quad y = \quad .$$

$y = \quad$ のとき $3\left|\frac{y-5}{2}\right| + y = 3$. $y = \quad$ のとき $3\left|\frac{y-5}{2}\right| + y = 3$. 故に与

えられた方程式の解は

問3.補遺2.5 実数を表す変数 y に関する方程式 $3\left|\frac{y-5}{2}\right| + y = 3$ を解け.

方程式 $3\left|\frac{y-5}{2}\right| + y = 3$ より,

$$3\frac{|y-5|}{2} = 3 - y ,$$

$$3|y-5| = 6 - 2y .$$

$$3(y-5) = 2y - 6 \quad \text{または} \quad 3(y-5) = 6 - 2y .$$

$$y = 9 \quad \text{または} \quad 5y = 21 .$$

$$y = 9 \quad \text{または} \quad y = \frac{21}{5} .$$

$y = 9$ のとき $3\left|\frac{y-5}{2}\right| + y \neq 3$. $y = \frac{21}{5}$ のとき $3\left|\frac{y-5}{2}\right| + y \neq 3$. 故に与

えられた方程式の解は無い.

終

問3.補遺2.6 実数を表す変数 y に関する方程式 $\frac{5}{3}|1-2y|-7=2y$ を解け.

方程式 $\frac{5}{3}|1-2y|-7=2y$ より,

$$\frac{5}{3}|1-2y| = \quad ,$$

$$5|1-2y| = \quad ,$$

$$5(1-2y) = \quad \text{または} \quad 5(1-2y) = \quad ,$$

$$y = \quad \text{または} \quad y = \quad ,$$

$$y = \quad \text{または} \quad y = \quad .$$

$y = \quad$ のときも $y = \quad$ のときも $\frac{5}{3}|1-2y|-7=2y$. 故に与えられた方

程式の解は

問3.補遺2.6 実数を表す変数 y に関する方程式 $\frac{5}{3}|1-2y|-7=2y$ を解け.

方程式 $\frac{5}{3}|1-2y|-7=2y$ より,

$$\frac{5}{3}|1-2y|=2y+7,$$

$$5|1-2y|=6y+21,$$

$$5(1-2y)=6y+21 \quad \text{または} \quad 5(1-2y)=-6y-21,$$

$$-16y=16 \quad \text{または} \quad -4y=-26,$$

$$y=-1 \quad \text{または} \quad y=\frac{13}{2}.$$

$y=-1$ のときも $y=\frac{13}{2}$ のときも $\frac{5}{3}|1-2y|-7=2y$. 故に与えられた方程式の解は -1 と $\frac{13}{2}$ とである.

終