4.3 有理整関数

変数 y が変数 x の 1 次関数であるとは，y の値を x の 1 次式で表せることである；つまり次のようになることである：

$$y = ax + b \quad （a, b \text{ は } x \text{ と無関係な定数で } a \neq 0）.$$

変数 y が変数 x の 1 次関数であるとは，y の値を x の 1 次式で表せることである；つまり次のようになることである：

$$y = ax + b \quad （a, b \text{ は } x \text{ と無関係な定数で } a \neq 0 ）.$$

例 変数 x と y とについて $y = \dfrac{4}{3}x - \dfrac{5}{2}$ となるとき y は x の 1 次関数である. 終

例 変数 x の 1 次関数 $y=f(x)$ について，$x=1$ のとき $y=-3$ であり，$x=4$ のとき $y=3$ である．$f(x)$ の値を表す x の式を求める．

$\boxed{例}$ 変数 x の 1 次関数 $y=f(x)$ について，$x=1$ のとき $y=-3$ であり，$x=4$ のとき $y=3$ である．$f(x)$ の値を表す x の式を求める．関数 $y=f(x)$ は x の 1 次関数なので，$f(x)=ax+b$ （ a, b は定数で $a \neq 0$ ）とおく．

例 変数 x の 1 次関数 $y=f(x)$ について，$x=1$ のとき $y=-3$ であり，$x=4$ のとき $y=3$ である．$f(x)$ の値を表す x の式を求める．関数 $y=f(x)$ は x の 1 次関数なので，$f(x)=ax+b$ （ a,b は定数で $a\neq 0$ ）とおく．

$x=1$ のとき $y=-3$ なので，$f(1)=-3$ ，$a+b=-3$ ．

$x=4$ のとき $y=3$ なので，$f(4)=3$ ，$4a+b=3$ ．

例 変数 x の 1 次関数 $y=f(x)$ について，$x=1$ のとき $y=-3$ であり，$x=4$ のとき $y=3$ である．$f(x)$ の値を表す x の式を求める．関数 $y=f(x)$ は x の 1 次関数なので，$f(x)=ax+b$ （a,b は定数で $a\neq 0$ ）とおく．

$x=1$ のとき $y=-3$ なので，$f(1)=-3$ ，$a+b=-3$ ．

$x=4$ のとき $y=3$ なので，$f(4)=3$ ，$4a+b=3$ ．

a,b に関するこれらの方程式を連立して解くと，$a=2$ かつ $b=-5$ ．

例 変数 x の 1 次関数 $y=f(x)$ について，$x=1$ のとき $y=-3$ であり，$x=4$ のとき $y=3$ である．$f(x)$ の値を表す x の式を求める．関数 $y=f(x)$ は x の 1 次関数なので，$f(x)=ax+b$ （a,b は定数で $a\neq 0$ ）とおく．

$x=1$ のとき $y=-3$ なので，$f(1)=-3$ ，$a+b=-3$ ．

$x=4$ のとき $y=3$ なので，$f(4)=3$ ，$4a+b=3$ ．

a,b に関するこれらの方程式を連立して解くと，$a=2$ かつ $b=-5$ ．

$f(x)=ax+b$ なので，$f(x)=2x-5$ ． 終

問4.3.1 変数 x の1次関数 $y=f(x)$ について, $x=-2$ のとき $y=4$ であり, $x=6$ のとき $y=-2$ である. $f(x)$ の値を表す x の式を求めよ.

関数 $y=f(x)$ は x の1次関数なので, $f(x)=ax+b$ （ a,b は定数で $a\neq 0$ ） とおく. $x=-2$ のとき $y=4$ なので, . $x=6$ のとき $y=-2$ なので, . a と b とに関するこれらの方程式を連立して解くと, $a=$ かつ $b=$. $f(x)=ax+b$ なので,

$f(x)=$.

問4.3.1 変数 x の 1 次関数 $y=f(x)$ について，$x=-2$ のとき $y=4$ であり，$x=6$ のとき $y=-2$ である．$f(x)$ の値を表す x の式を求めよ．

関数 $y=f(x)$ は x の 1 次関数なので，$f(x)=ax+b$ （a,b は定数で $a\neq 0$ ）とおく．$x=-2$ のとき $y=4$ なので，$-2a+b=4$ ．$x=6$ のとき $y=-2$ なので，$6a+b=-2$ ．a と b とに関するこれらの方程式を連立して解くと，$a=-\dfrac{3}{4}$ かつ $b=\dfrac{5}{2}$ ．$f(x)=ax+b$ なので，

$$f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{5}{2}\ .$$

終

変数 y が変数 x の 2 次関数であるとは，y の値を x の 2 次式で表せることである；つまり次のようになることである：

$$y = ax^2 + bx + c \quad (\ a, b, c \text{ は } x \text{ と無関係な定数で } \ a \neq 0\ )$$

例えば，変数 x と y とについて $y = 2x^2 - 7x + 3$ となるとき y は x の 2 次関数である．

例 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，$x=-1$ のとき $y=12$ であり，$x=1$ のとき $y=4$ であり，$x=2$ のとき $y=3$ である．$f(x)$ の値を表す x の式を求める．

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，$x=-1$ のとき $y=12$ であり，$x=1$ のとき $y=4$ であり，$x=2$ のとき $y=3$ である．$f(x)$ の値を表す x の式を求める．関数 $y=f(x)$ は x の 2 次関数なので，$f(x)=ax^2+bx+c$ （a,b,c は定数で $a\neq 0$ ）とおく．

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，$x=-1$ のとき $y=12$ であり，$x=1$ のとき $y=4$ であり，$x=2$ のとき $y=3$ である．$f(x)$ の値を表す x の式を求める．関数 $y=f(x)$ は x の 2 次関数なので，$f(x)=ax^2+bx+c$ （ a,b,c は定数で $a\neq 0$ ） とおく．

$x=-1$ のとき $y=12$ なので，$f(-1)=12$ ，$a-b+c=12$ ．

$x=1$ のとき $y=4$ なので，$f(1)=4$ ，$a+b+c=4$ ．

$x=2$ のとき $y=3$ なので，$f(2)=3$ ，$4a+2b+c=3$ ．

$\boxed{例}$ 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，$x=-1$ のとき $y=12$ であり，$x=1$ のとき $y=4$ であり，$x=2$ のとき $y=3$ である．$f(x)$ の値を表す x の式を求める．関数 $y=f(x)$ は x の 2 次関数なので，$f(x)=ax^2+bx+c$ （a,b,c は定数で $a\neq 0$ ）とおく．

$x=-1$ のとき $y=12$ なので，$f(-1)=12$，$a-b+c=12$．

$x=1$ のとき $y=4$ なので，$f(1)=4$，$a+b+c=4$．

$x=2$ のとき $y=3$ なので，$f(2)=3$，$4a+2b+c=3$．

a,b,c に関するこれらの方程式を連立して解くと，$a=1$ かつ $b=-4$ かつ $c=7$．

例 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について, $x=-1$ のとき $y=12$ であり, $x=1$ のとき $y=4$ であり, $x=2$ のとき $y=3$ である. $f(x)$ の値を表す x の式を求める. 関数 $y=f(x)$ は x の 2 次関数なので, $f(x)=ax^2+bx+c$ （ a,b,c は定数で $a\neq 0$ ） とおく.

$x=-1$ のとき $y=12$ なので, $f(-1)=12$, $a-b+c=12$.

$x=1$ のとき $y=4$ なので, $f(1)=4$, $a+b+c=4$.

$x=2$ のとき $y=3$ なので, $f(2)=3$, $4a+2b+c=3$.

a,b,c に関するこれらの方程式を連立して解くと, $a=1$ かつ $b=-4$ かつ $c=7$. $f(x)=ax^2+bx+c$ なので, $f(x)=x^2-4x+7$. 終

$\boxed{問4.3.2}$ 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，$x=-1$ のとき $y=-4$ であり，$x=1$ のとき $y=6$ であり，$x=2$ のとき $y=2$ である．$f(x)$ の値を表す x の式を求めよ．

関数 $y=f(x)$ は x の 2 次関数なので，$f(x)=ax^2+bx+c$ （ a,b,c は定数で $a \neq 0$ ） とおく．$x=-1$ のとき $y=-4$ なので，　　　　　　　　．$x=1$ のとき $y=6$ なので，　　　　　　　　．$x=2$ のとき $y=2$ なので，　　　　　　　　．a,b,c に関するこれらの方程式を連立して解くと，$a=$　　，$b=$　　，$c=$　　．$f(x)=ax^2+bx+c$ なので，$f(x)=$　　　　　　　　．

$\boxed{問4.3.2}$ 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，$x=-1$ のときき $y=-4$ であり，$x=1$ のとき $y=6$ であり，$x=2$ のとき $y=2$ である．$f(x)$ の値を表す x の式を求めよ．

関数 $y=f(x)$ は x の 2 次関数なので，$f(x)=ax^2+bx+c$ （ a,b,c は定数で $a\neq 0$ ） とおく．$x=-1$ のとき $y=-4$ なので，$a-b+c=-4$ ．$x=1$ のとき $y=6$ なので，$a+b+c=6$ ．$x=2$ のとき $y=2$ なので，$4a+2b+c=2$ ．a,b,c に関するこれらの方程式を連立して解くと，$a=-3$ ，$b=5$ ，$c=4$ ．$f(x)=ax^2+bx+c$ なので，$f(x)=-3x^2+5x+4$ ． $\boxed{終}$

変数 x の関数 y が 3 次関数であるとは，y の値を x の 3 次式で表せることである．一般的に，正の自然数 n に対して，変数 x の関数 y が n 次関数であるとは，y の値を x の n 次式で表せることである．

変数 x の関数 y が 3 次関数であるとは，y の値を x の 3 次式で表せることである．一般的に，正の自然数 n に対して，変数 x の関数 y が n 次関数であるとは，y の値を x の n 次式で表せることである．

変数 x の関数 y が有理整関数であるとは，y の値を x の整式で表せることである．つまり，1 次関数，2 次関数，3 次関数，$\cdots$ などを併せて有理整関数という．

変数 x の関数 y が 3 次関数であるとは，y の値を x の 3 次式で表せることである．一般的に，正の自然数 n に対して，変数 x の関数 y が n 次関数であるとは，y の値を x の n 次式で表せることである．

変数 x の関数 y が有理整関数であるとは，y の値を x の整式で表せることである．つまり，1 次関数，2 次関数，3 次関数，$\cdots$ などを併せて有理整関数という．

例えば，変数 x の値が何であっても変数 y の値が 3 であるとき，変数 x の値を決めたとき変数 y の値が唯一つに決まるので，変数 y は変数 x の関数である．この関数を $y = 3$ と書き表す．

変数 x の関数 y が 3 次関数であるとは，y の値を x の 3 次式で表せることである．一般的に，正の自然数 n に対して，変数 x の関数 y が n 次関数であるとは，y の値を x の n 次式で表せることである．

変数 x の関数 y が有理整関数であるとは，y の値を x の整式で表せることである．つまり，1 次関数，2 次関数，3 次関数，$\cdots$ などを併せて有理整関数という．

例えば，変数 x の値が何であっても変数 y の値が 3 であるとき，変数 x の値を決めたとき変数 y の値が唯一つに決まるので，変数 y は変数 x の関数である．この関数を $y = 3$ と書き表す．この関数のように，独立変数の値にかかわらず従属変数の値が一定である関数を定数関数という．定数は整式なので，定数関数は有理整関数である．