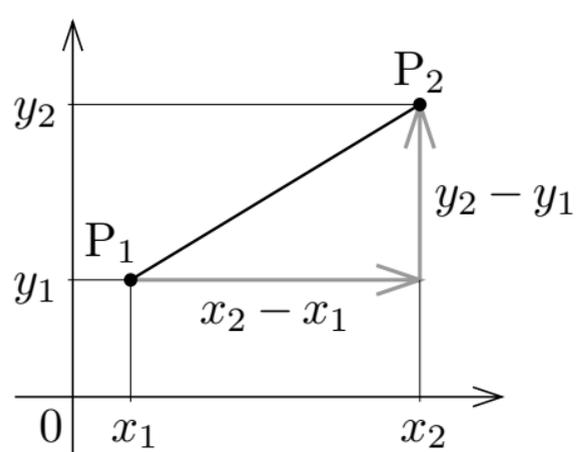
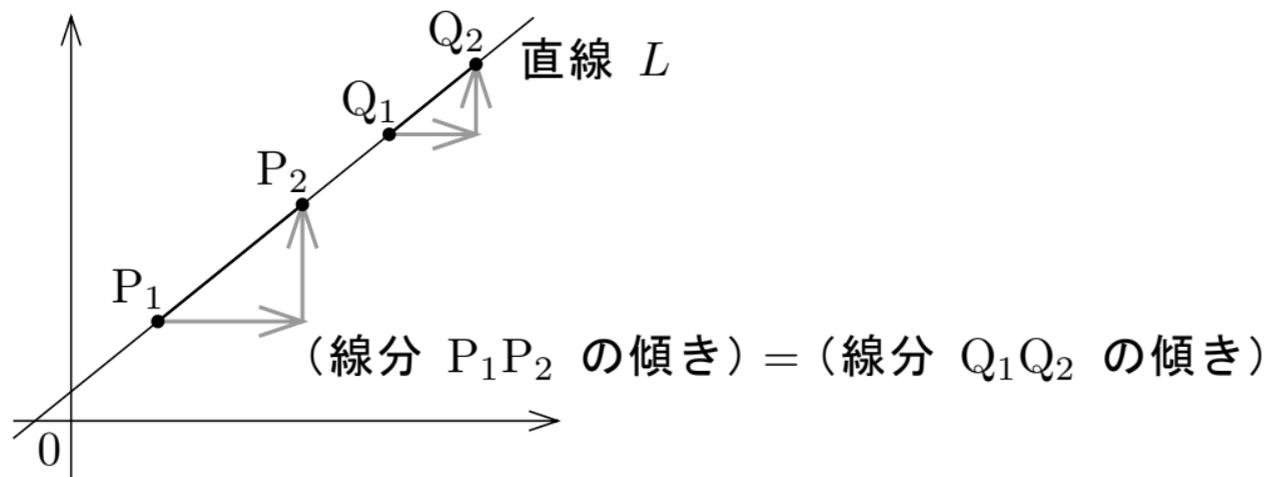


4.6 1次関数のグラフ

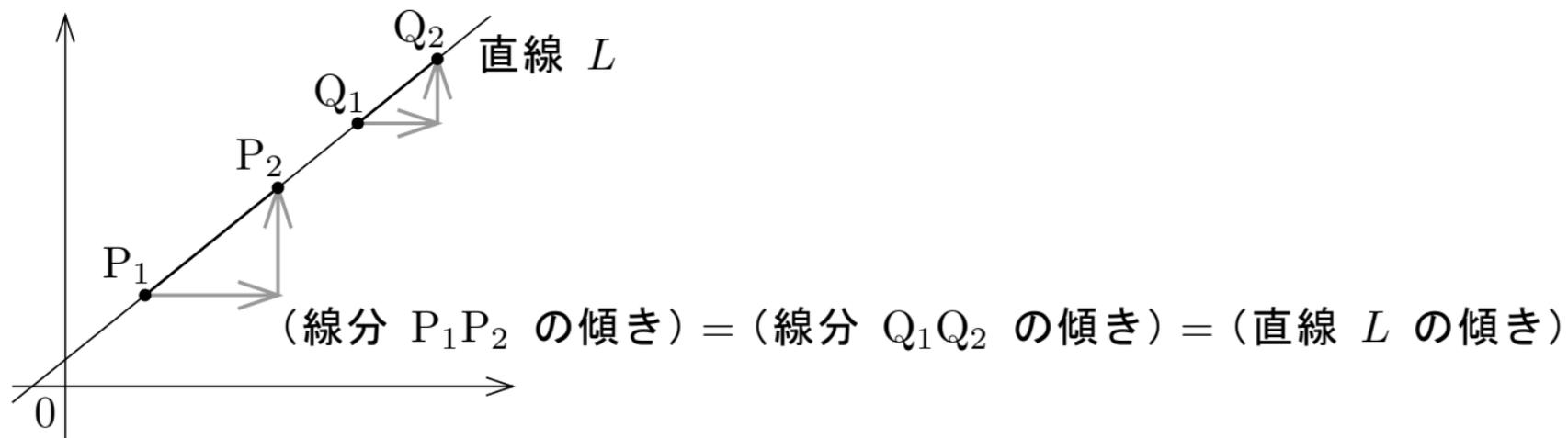
実数 x_1, y_1, x_2, y_2 について, $x_1 \neq x_2$ のとき, 座標平面における点 $P_1 = (x_1, y_1)$ と点 $P_2 = (x_2, y_2)$ とを結ぶ線分 P_1P_2 の傾きとは $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ の値つまり $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ の値である.



座標平面における直線 L に属す 2 点 P_1 と P_2 (但し $P_1 \neq P_2$) と, L に属す 2 点 Q_1 と Q_2 (但し $Q_1 \neq Q_2$) とについて, 線分 P_1P_2 の傾きと線分 Q_1Q_2 の傾きとは (あれば) 同じである.



座標平面における直線 L に属す 2 点 P_1 と P_2 (但し $P_1 \neq P_2$) と, L に属す 2 点 Q_1 と Q_2 (但し $Q_1 \neq Q_2$) とについて, 線分 P_1P_2 の傾きと線分 Q_1Q_2 の傾きとは (あれば) 同じである. つまり, 直線 L に含まれる線分はどれも傾きが (あれば) 同じである: これを直線 L の傾きという.



例 座標平面において点 $(5,7)$ と $(2,3)$ とが直線 L に属するとき, L の傾きは

$$\frac{7-3}{5-2} = \frac{4}{3} \text{ である.}$$

終

問4.6.1 座標平面において点 $(3,4)$ と $(5,9)$ とが直線 L に属すとす。 L の傾きを求めよ。

直線 L の傾きは $\frac{5}{2}$ である。

問4.6.1 座標平面において点 $(3,4)$ と $(5,9)$ とが直線 L に属すとす。 L の傾きを求めよ。

直線 L の傾きは $\frac{9-4}{5-3} = \frac{5}{2}$ である。

終

定数 a, b (但し $a \neq 0$) に対して変数 x の 1 次関数 $y = ax + b$ を考える.

定数 a, b (但し $a \neq 0$) に対して変数 x の 1 次関数 $y = ax + b$ を考える. xy 座標平面において 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフは直線の部分集合である.

定数 a, b (但し $a \neq 0$) に対して変数 x の 1 次関数 $y = ax + b$ を考える. xy 座標平面において 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフは直線の部分集合である. 実数 x_1, y_1, x_2, y_2 (但し $x_1 \neq x_2$) について, 点 $P_1 = (x_1, y_1)$ と $P_2 = (x_2, y_2)$ とが 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフに属するとき, $y_1 = ax_1 + b$ かつ $y_2 = ax_2 + b$ なので, 線分 P_1P_2 の傾きは

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{(ax_1 + b) - (ax_2 + b)}{x_1 - x_2} = \frac{a(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} = a .$$

定数 a, b (但し $a \neq 0$) に対して変数 x の 1 次関数 $y = ax + b$ を考える. xy 座標平面において 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフは直線の部分集合である. 実数 x_1, y_1, x_2, y_2 (但し $x_1 \neq x_2$) について, 点 $P_1 = (x_1, y_1)$ と $P_2 = (x_2, y_2)$ とが 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフに属するとき, $y_1 = ax_1 + b$ かつ $y_2 = ax_2 + b$ なので, 線分 P_1P_2 の傾きは

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{(ax_1 + b) - (ax_2 + b)}{x_1 - x_2} = \frac{a(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} = a .$$

このように, 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフに属す相異なる 2 点 P_1 と P_2 とを結ぶ線分 P_1P_2 の傾きは常に a である.

定数 a, b (但し $a \neq 0$) に対して変数 x の 1 次関数 $y = ax + b$ を考える. xy 座標平面において 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフは直線の部分集合である. 実数 x_1, y_1, x_2, y_2 (但し $x_1 \neq x_2$) について, 点 $P_1 = (x_1, y_1)$ と $P_2 = (x_2, y_2)$ とが 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフに属するとき, $y_1 = ax_1 + b$ かつ $y_2 = ax_2 + b$ なので, 線分 P_1P_2 の傾きは

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{(ax_1 + b) - (ax_2 + b)}{x_1 - x_2} = \frac{a(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} = a .$$

このように, 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフに属す相異なる 2 点 P_1 と P_2 とを結ぶ線分 P_1P_2 の傾きは常に a である. このことから, 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフは傾きが a の直線の部分集合である.

定数 a, b (但し $a \neq 0$) に対して変数 x の 1 次関数 $y = ax + b$ を考える. xy 座標平面において 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフは直線の部分集合である. 実数 x_1, y_1, x_2, y_2 (但し $x_1 \neq x_2$) について, 点 $P_1 = (x_1, y_1)$ と $P_2 = (x_2, y_2)$ とが 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフに属するとき, $y_1 = ax_1 + b$ かつ $y_2 = ax_2 + b$ なので, 線分 P_1P_2 の傾きは

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{(ax_1 + b) - (ax_2 + b)}{x_1 - x_2} = \frac{a(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} = a .$$

このように, 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフに属す相異なる 2 点 P_1 と P_2 とを結ぶ線分 P_1P_2 の傾きは常に a である. このことから, 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフは傾きが a の直線の部分集合である.

ここで証明は略すが, 関数のグラフに属す相異なる 2 点 P_1 と P_2 とを結ぶ線分 P_1P_2 の傾きが一定であるとき, そのグラフは直線の部分集合である.

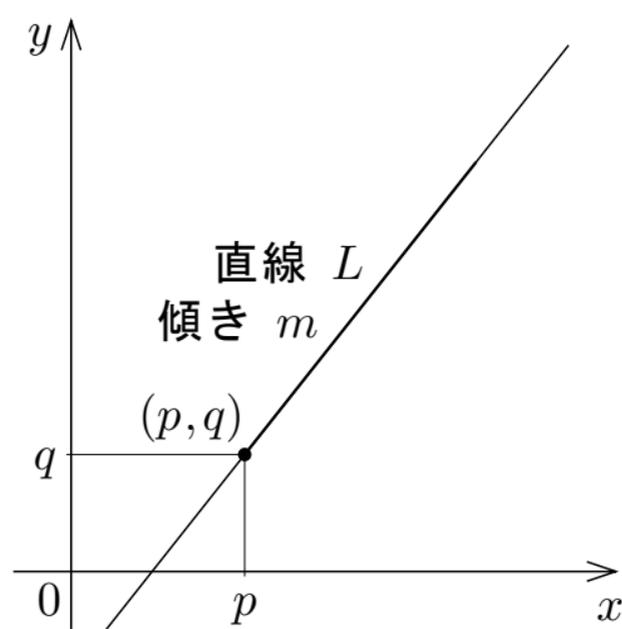
定数 a, b (但し $a \neq 0$) に対して変数 x の 1 次関数 $y = ax + b$ を考える. xy 座標平面において 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフは直線の部分集合である. 実数 x_1, y_1, x_2, y_2 (但し $x_1 \neq x_2$) について, 点 $P_1 = (x_1, y_1)$ と $P_2 = (x_2, y_2)$ とが 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフに属するとき, $y_1 = ax_1 + b$ かつ $y_2 = ax_2 + b$ なので, 線分 P_1P_2 の傾きは

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{(ax_1 + b) - (ax_2 + b)}{x_1 - x_2} = \frac{a(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} = a .$$

このように, 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフに属す相異なる 2 点 P_1 と P_2 とを結ぶ線分 P_1P_2 の傾きは常に a である. このことから, 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフは傾きが a の直線の部分集合である.

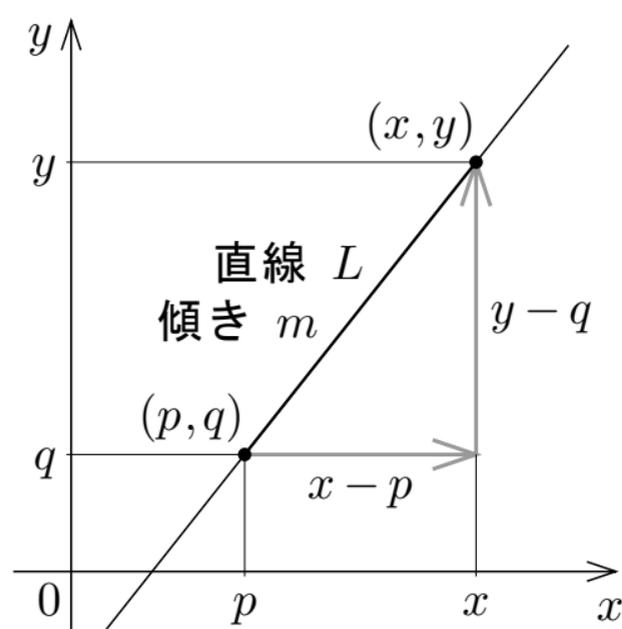
このように 1 次関数のグラフは直線の部分である. 逆に傾きが 0 でない実数である直線は 1 次関数のグラフである. このことを示す.

定数 m, p, q に対して, xy 座標平面における直線 L の傾きが m であり点 (p, q) が L に属すとする.



定数 m, p, q に対して, xy 座標平面における直線 L の傾きが m であり点 (p, q) が L に属すとする. 変数 x, y について, $x \neq p$ とする. 座標平面において点 (x, y) が直線 L に属す条件は, 点 (x, y) と点 (p, q) とを結ぶ線分の傾き $\frac{y-q}{x-p}$ が m であること

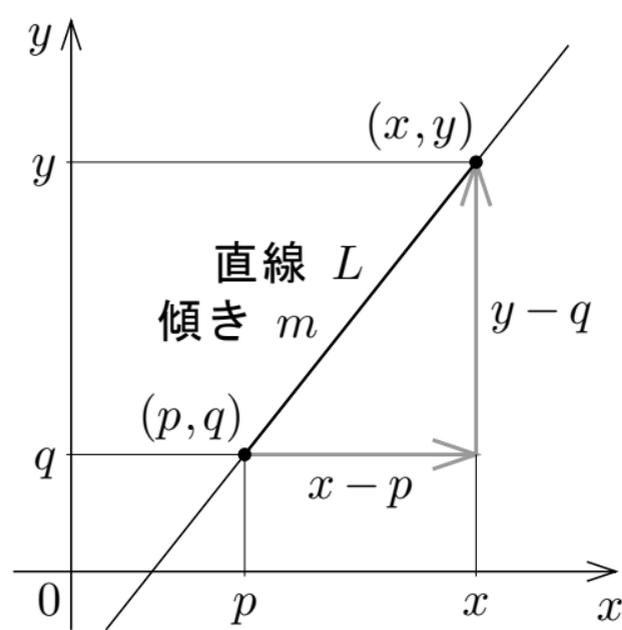
ある: $\frac{y-q}{x-p} = m$.



定数 m, p, q に対して, xy 座標平面における直線 L の傾きが m であり点 (p, q) が L に属すとする. 変数 x, y について, $x \neq p$ とする. 座標平面において点 (x, y) が直線 L に属す条件は, 点 (x, y) と点 (p, q) とを結ぶ線分の傾き $\frac{y-q}{x-p}$ が m であること

ある: $\frac{y-q}{x-p} = m$. この方程式を同値変形すると, $x-p \neq 0$ なので,

$$\frac{y-q}{x-p} = m \iff y-q = m(x-p) \iff y = m(x-p) + q.$$



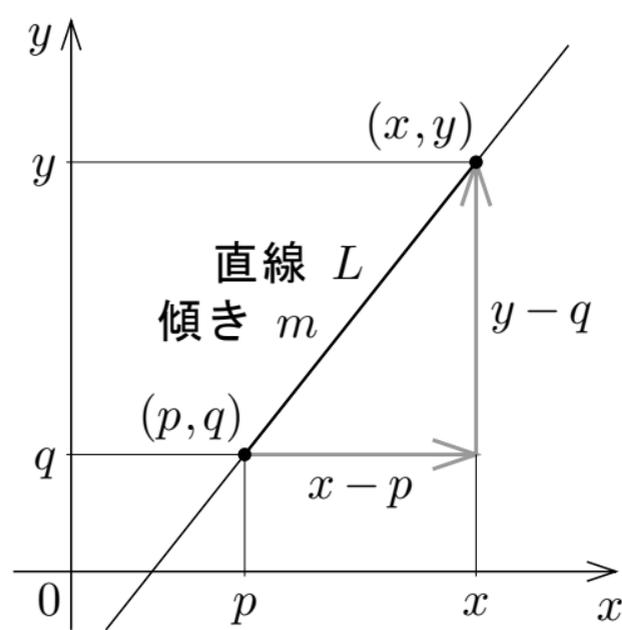
定数 m, p, q に対して, xy 座標平面における直線 L の傾きが m であり点 (p, q) が L に属すとする. 変数 x, y について, $x \neq p$ とする. 座標平面において点 (x, y) が直線 L に属す条件は, 点 (x, y) と点 (p, q) とを結ぶ線分の傾き $\frac{y-q}{x-p}$ が m であることで

ある: $\frac{y-q}{x-p} = m$. この方程式を同値変形すると, $x-p \neq 0$ なので,

$$\frac{y-q}{x-p} = m \iff y-q = m(x-p) \iff y = m(x-p) + q.$$

こうして次のことが分かる.

定理 4.6 各定数 m, p, q に対して, xy 座標平面において傾きが m であり点 (p, q) が属す直線は方程式 $y = m(x-p) + q$ で表される.



例 xy 座標平面において傾きが 3 であり点 $(2,7)$ が属す直線は、方程式 $y = 3(x - 2) + 7$ つまり $y = 3x + 1$ で表される.

終

問4.6.2 xy 座標平面において傾きが -2 であり点 $(3, -5)$ が属す直線を表す方程式を求めよ.

直線を表す方程式は $y = (x \quad)$ つまり $y =$ である.

問4.6.2 xy 座標平面において傾きが -2 であり点 $(3, -5)$ が属す直線を表す方程式を求めよ.

直線を表す方程式は $y = -2(x - 3) - 5$ つまり $y = -2x + 1$ である.

例 xy 座標平面において点 $(2,4)$ と点 $(5,13)$ とが属す直線は、傾きが $\frac{13-4}{5-2} = 3$ なので、方程式 $y = 3(x-2) + 4$ つまり $y = 3x - 2$ で表される.

終

問4.6.3 xy 座標平面において点 $(3,1)$ と点 $(7,9)$ とが属す直線を表す方程式を求めよ.

直線の傾きは \quad . 直線を表す方程式は $y = (x \quad)$ つまり

$y = \quad$ である.

問4.6.3 xy 座標平面において点 $(3,1)$ と点 $(7,9)$ とが属す直線を表す方程式を求めよ.

直線の傾きは $\frac{9-1}{7-3} = 2$. 直線を表す方程式は $y = 2(x-3) + 1$ つまり $y = 2x - 5$ である.

終