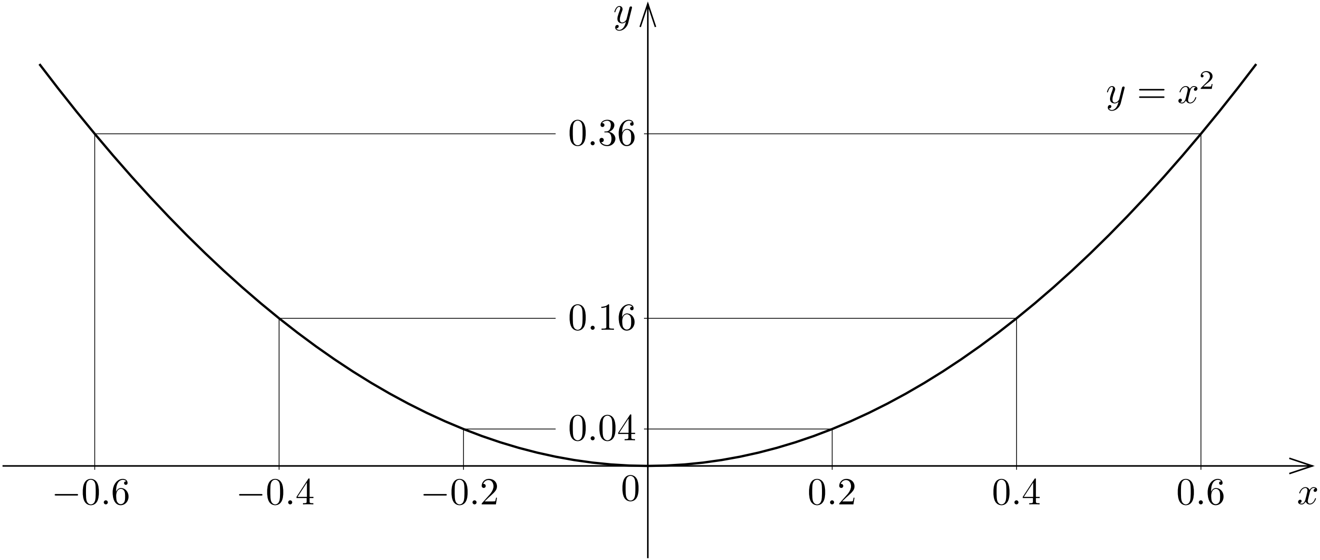
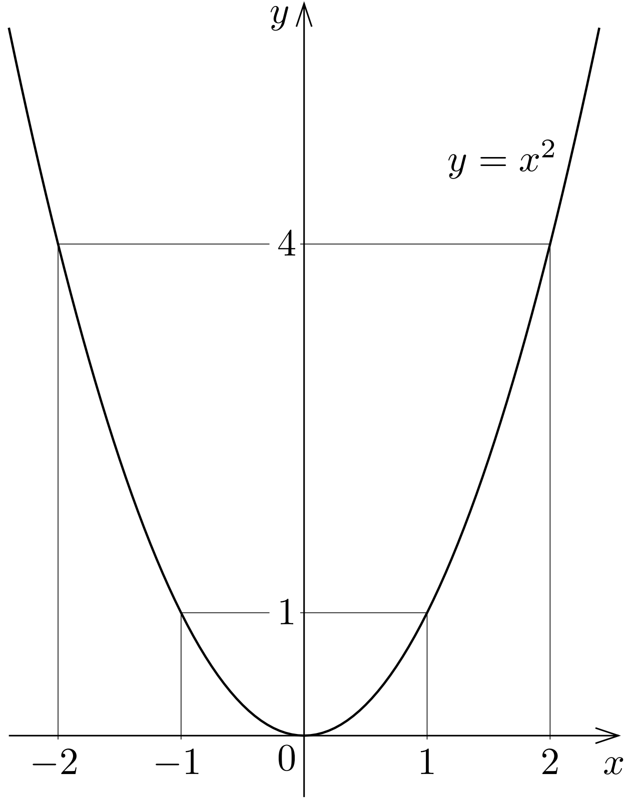
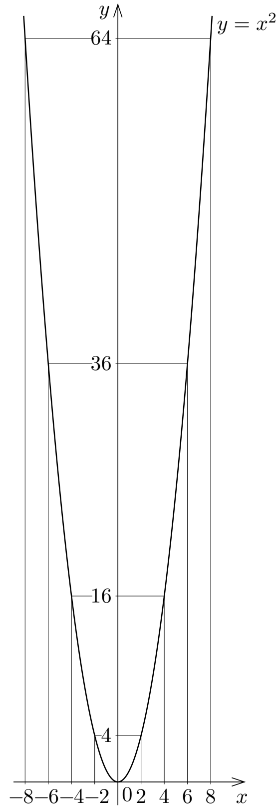
4.8　2次関数のグラフ

まず，尺度が異なる 3 通りの xy 座標平面において，変数 x の 2 次関数 $y=x^2$ のグラフを描く．


y
y = x²
0.36
0.16
0.04
−0.6
−0.4
−0.2
0
0.2
0.4
0.6
x

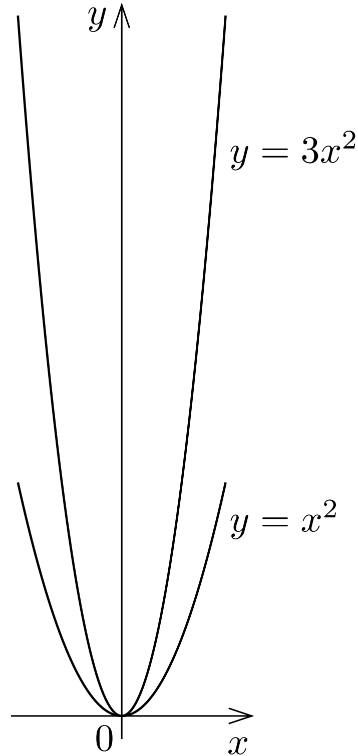


y
y = x²
4
1
−2
−1
0
1
2
x

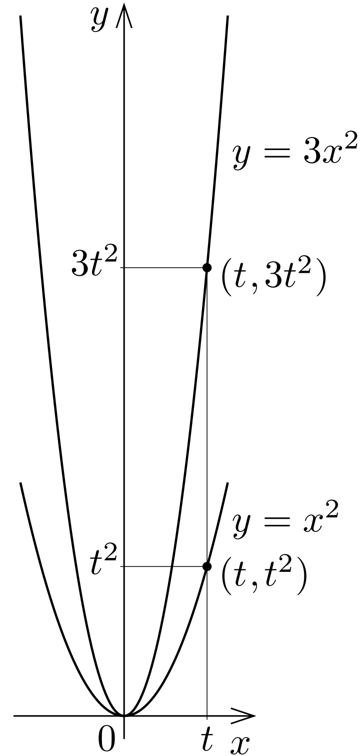


y
y = x2
64
36
16
4
−8
−6
−4
−2
0
2
4
6
8
x

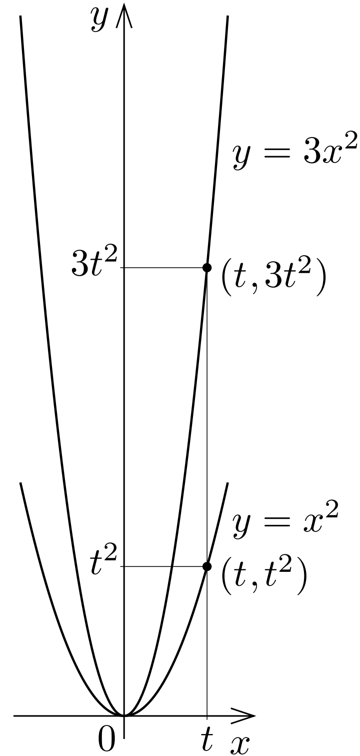
例 xy 座標平面において変数 x の関数 $y=x^2$ のグラフと関数 $y=3x^2$ のグラフとを考える.



$\boxed{例}$ xy 座標平面において変数 x の関数 $y=x^2$ のグラフと関数 $y=3x^2$ のグラフとを考える．実数 t に対して，$y=x^2$ のグラフに属す点で x 座標が t である点は (t, t^2) であり，$y=3x^2$ のグラフに属す点で x 座標が t である点は $(t, 3t^2)$ である．

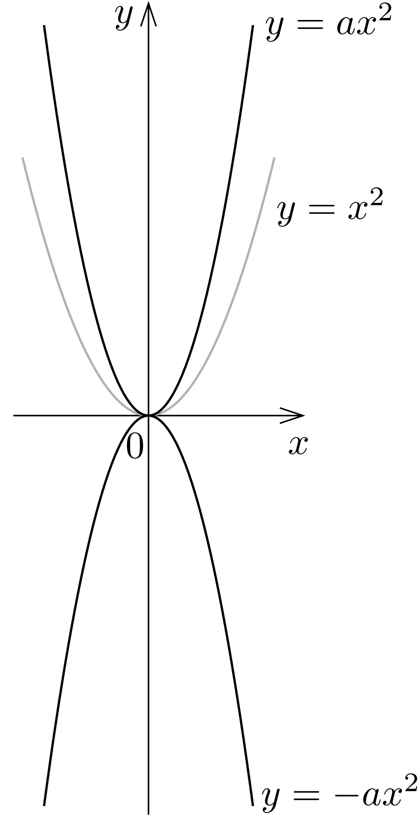


$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において変数 x の関数 $y=x^2$ のグラフと関数 $y=3x^2$ のグラフとを考える．実数 t に対して，$y=x^2$ のグラフに属す点で x 座標が t である点は (t,t^2) であり，$y=3x^2$ のグラフに属す点で x 座標が t である点は $(t,3t^2)$ である．$y=x^2$ のグラフに属す点 (t,t^2) に対してその y 座標だけを 3 倍した点 $(t,3t^2)$ が $y=3x^2$ のグラフに属す．

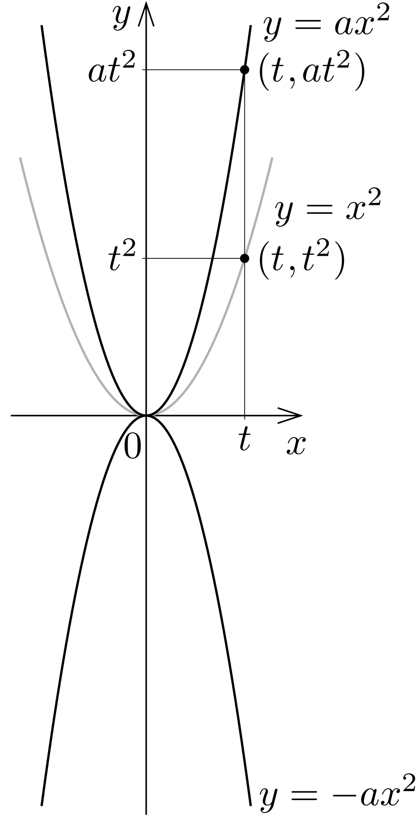


$\boxed{\text{終}}$

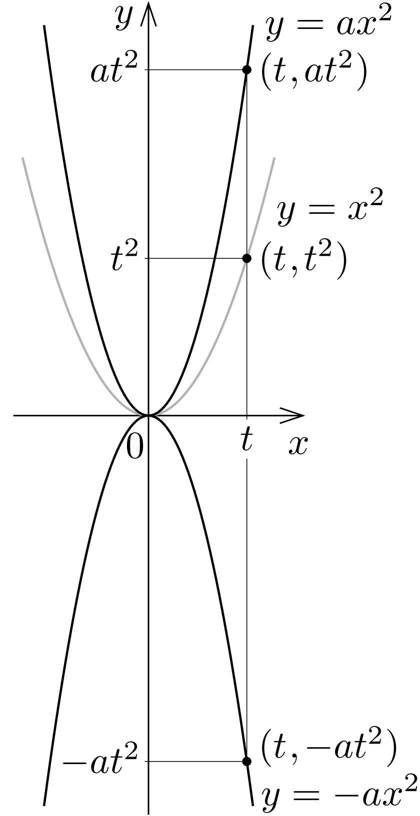
定数 a に対し，xy 座標平面において変数 x の関数 $y=x^2$ のグラフと関数 $y=ax^2$ のグラフと関数 $y=-ax^2$ のグラフとを考える.



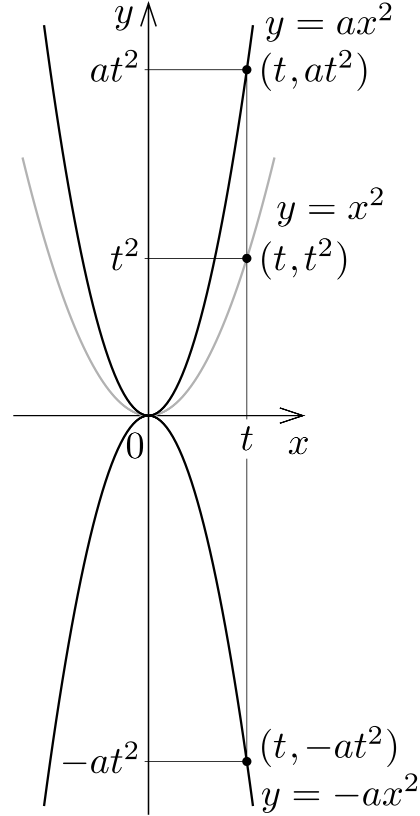
定数 a に対し，xy 座標平面において変数 x の関数 $y=x^2$ のグラフと関数 $y=ax^2$ のグラフと関数 $y=-ax^2$ のグラフとを考える．各実数 t に対して，$y=ax^2$ のグラフの点 (t,at^2) は $y=x^2$ のグラフの点 (t,t^2) の y 座標だけを a 倍した点である．



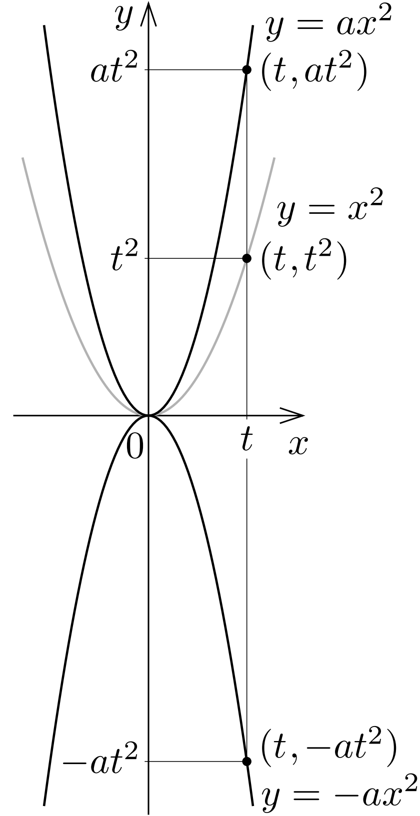
　定数 a に対し，xy 座標平面において変数 x の関数 $y=x^2$ のグラフと関数 $y=ax^2$ のグラフと関数 $y=-ax^2$ のグラフとを考える．各実数 t に対して，$y=ax^2$ のグラフの点 (t,at^2) は $y=x^2$ のグラフの点 (t,t^2) の y 座標だけを a 倍した点である．$y=-ax^2$ のグラフの点 $(t,-at^2)$ は $y=x^2$ のグラフの点 (t,t^2) の y 座標だけを $-a$ 倍した点である．



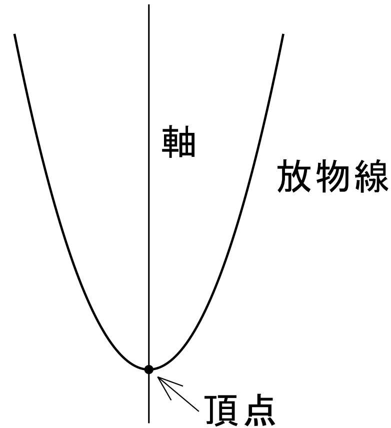
定数 a に対し，xy 座標平面において変数 x の関数 $y=x^2$ のグラフと関数 $y=ax^2$ のグラフと関数 $y=-ax^2$ のグラフとを考える．各実数 t に対して，$y=ax^2$ のグラフの点 (t,at^2) は $y=x^2$ のグラフの点 (t,t^2) の y 座標だけを a 倍した点である．$y=-ax^2$ のグラフの点 $(t,-at^2)$ は $y=x^2$ のグラフの点 (t,t^2) の y 座標だけを $-a$ 倍した点である．$y=-ax^2$ のグラフの点 $(t,-at^2)$ は $y=ax^2$ のグラフの点 (t,at^2) と x 軸に関して対称である．



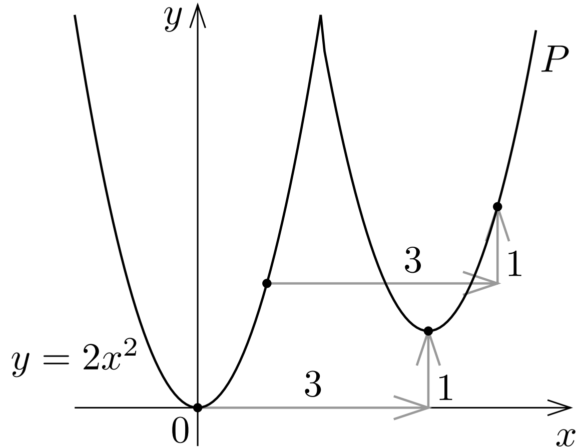
定数 a に対し，xy 座標平面において変数 x の関数 $y=x^2$ のグラフと関数 $y=ax^2$ のグラフと関数 $y=-ax^2$ のグラフとを考える．各実数 t に対して，$y=ax^2$ のグラフの点 (t, at^2) は $y=x^2$ のグラフの点 (t, t^2) の y 座標だけを a 倍した点である．$y=-ax^2$ のグラフの点 $(t, -at^2)$ は $y=x^2$ のグラフの点 (t, t^2) の y 座標だけを $-a$ 倍した点である．$y=-ax^2$ のグラフの点 $(t, -at^2)$ は $y=ax^2$ のグラフの点 (t, at^2) と x 軸に関して対称である．従って，関数 $y=-ax^2$ のグラフは関数 $y=ax^2$ のグラフと x 軸に関して対称である．



　xy 座標平面において方程式 $y = ax^2$ が表す図形を放物線という．各放物線には唯 1 本の対称軸がある．各放物線の対称軸をその放物線の軸という．また，各放物線とその対称軸との共有点をその放物線の頂点という．xy 座標平面において，変数 x の 2 次関数 $y = ax^2$ のグラフの対称軸は y 軸であり，頂点は原点 $(0,0)$ である．

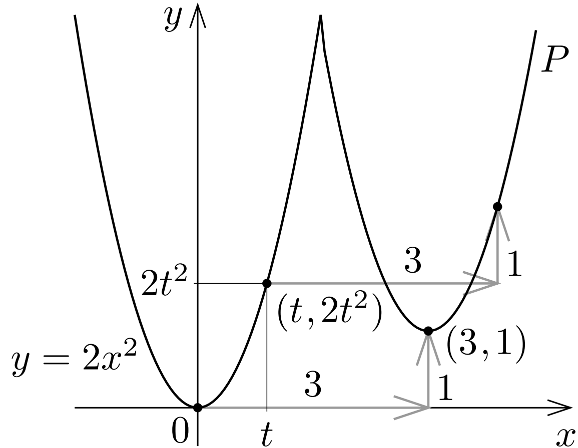


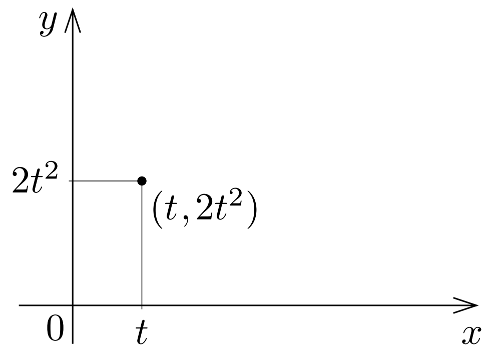
$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y = 2x^2$ のグラフを x の軸の向きに 3 だけ y 座標の向きに 1 だけ平行移動させた放物線を P とおく.



例 xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y=2x^2$ のグラフを x の軸の向きに 3 だけ y 座標の向きに 1 だけ平行移動させた放物線を P とおく.

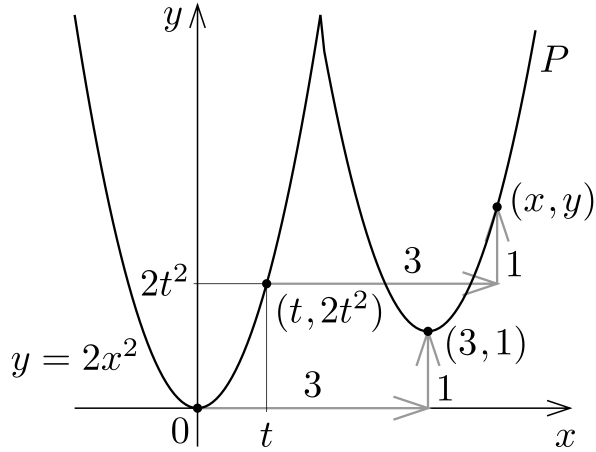
関数 $y=2x^2$ のグラフの点は, x 座標を t とおくと, y 座標は $2t^2$ なので $(t, 2t^2)$ である.

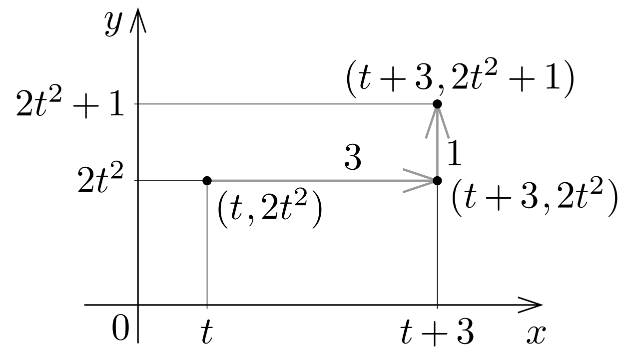




$\boxed{例}$ xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y=2x^2$ のグラフを x の軸の向きに 3 だけ y 座標の向きに 1 だけ平行移動させた放物線を P とおく．関数 $y=2x^2$ のグラフの点は，x 座標を t とおくと，y 座標は $2t^2$ なので $(t,2t^2)$ である．P の各点 (x,y) は，元の関数 $y=2x^2$ のグラフのある点 $(t,2t^2)$ を x の軸の向きに 3 だけ y 座標の向きに 1 だけ移動させた点 $(t+3,2t^2+1)$ である；

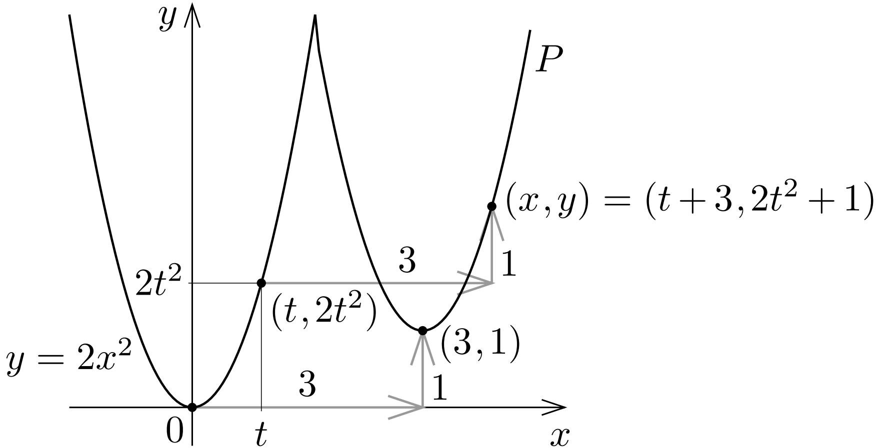
$$(x,y)=(t+3,2t^2+1)\ .$$





$y=2x^2$ のグラフを x の軸の向きに 3 だけ y 座標の向きに 1 だけ平行移動させた放物線 P の各点 (x,y) について，ある実数 t をとると

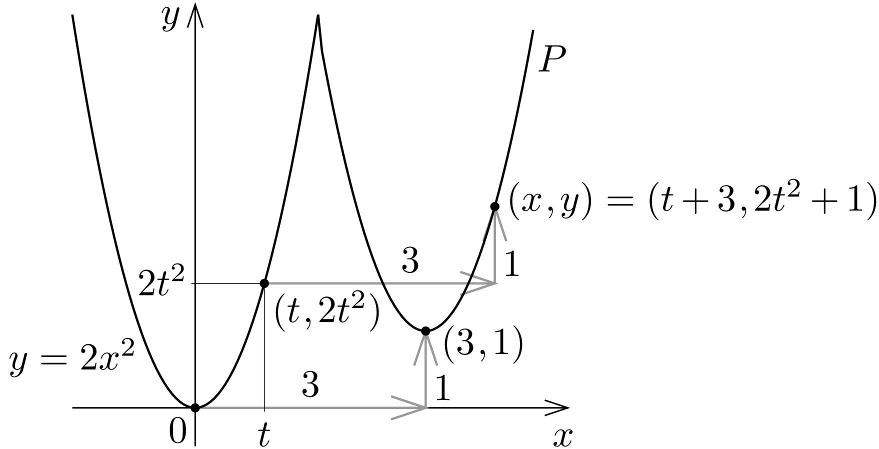
$$(x,y)=(t+3,2t^2+1)\ .$$



$y=2x^2$ のグラフを x の軸の向きに 3 だけ y 座標の向きに 1 だけ平行移動させた放物線 P の各点 (x,y) について，ある実数 t をとると

$(x,y)=(t+3, 2t^2+1)$.

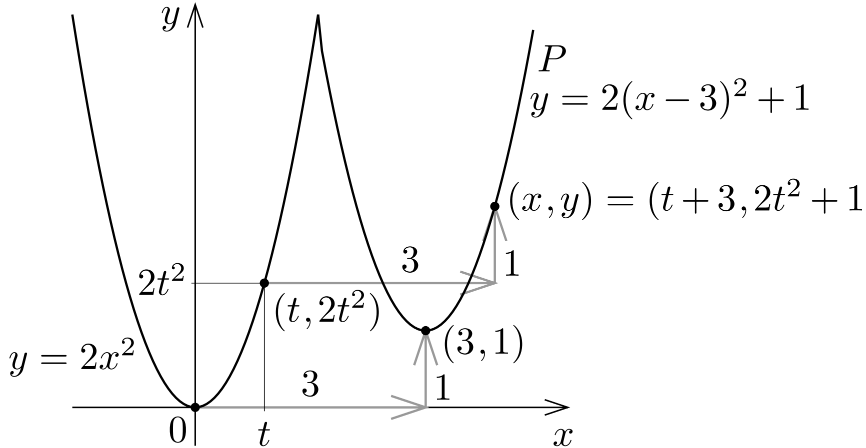
よって



$$x=t+3 \text{ かつ } y=2t^2+1 \ .$$

$y=2x^2$ のグラフを x の軸の向きに 3 だけ y 座標の向きに 1 だけ平行移動させた放物線 P の各点 (x,y) について，ある実数 t をとると

$(x,y)=(t+3,2t^2+1)$.



よって

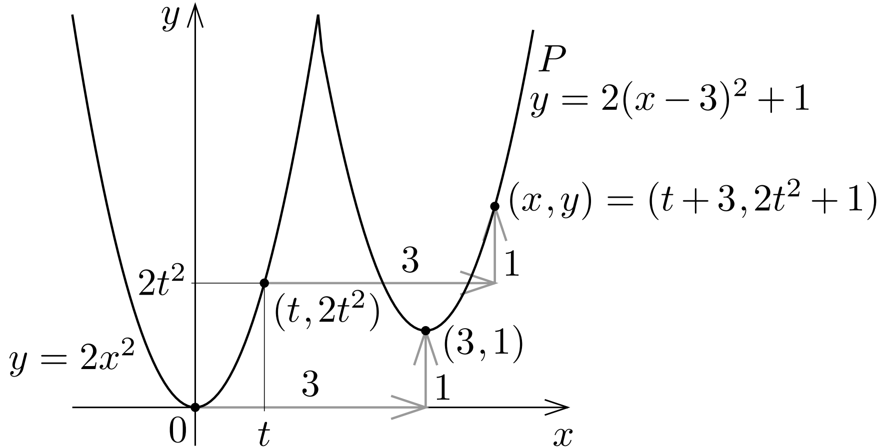
$$x=t+3 \text{ かつ } y=2t^2+1 .$$

$x=t+3$ より $t=x-3$，これを等式 $y=2t^2+1$ に代入すると

$y=2(x-3)^2+1$.

$y=2x^2$ のグラフを x の軸の向きに 3 だけ y 座標の向きに 1 だけ平行移動させた放物線 P の各点 (x,y) について，ある実数 t をとると

$(x,y)=(t+3,2t^2+1)$.



よって

$$x=t+3 \text{ かつ } y=2t^2+1 .$$

$x=t+3$ より $t=x-3$，これを等式 $y=2t^2+1$ に代入すると $y=2(x-3)^2+1$ ．故に，2 次関数 $y=2x^2$ のグラフを x の軸の向きに 3 だけ y 座標の向きに 1 だけ平行移動させた放物線 P は関数 $y=2(x-3)^2+1$ のグラフである．

$\boxed{\text{終}}$

$\boxed{例}$ xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y = 3x^2$ のグラフを x 軸の向きに 2 だけ y 軸の向きに -5 だけ平行移動させた放物線 P をグラフとする関数を表す方程式を導く.

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y = 3x^2$ のグラフを x 軸の向きに 2 だけ y 軸の向きに -5 だけ平行移動させた放物線 P をグラフとする関数を表す方程式を導く．放物線 P の各点 (x, y) は，2 次関数 $y = 3x^2$ のグラフの点 $(t, 3t^2)$（t はある実数）を x の軸の向きに 2 だけ y 軸の向きに -5 だけ平行移動させた点 $(t+2, 3t^2-5)$ なので，$(x, y) = (t+2, 3t^2-5)$．

$\boxed{例}$ xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y = 3x^2$ のグラフを x 軸の向きに 2 だけ y 軸の向きに -5 だけ平行移動させた放物線 P をグラフとする関数を表す方程式を導く．放物線 P の各点 (x, y) は，2 次関数 $y = 3x^2$ のグラフの点 $(t, 3t^2)$（t はある実数）を x の軸の向きに 2 だけ y 軸の向きに -5 だけ平行移動させた点 $(t+2, 3t^2-5)$ なので，$(x, y) = (t+2, 3t^2-5)$ ．よって

$$x = t+2 \text{ かつ } y = 3t^2-5 \text{ .}$$

$\boxed{例}$ xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y=3x^2$ のグラフを x 軸の向きに 2 だけ y 軸の向きに -5 だけ平行移動させた放物線 P をグラフとする関数を表す方程式を導く．放物線 P の各点 (x,y) は，2 次関数 $y=3x^2$ のグラフの点 $(t,3t^2)$（t はある実数）を x の軸の向きに 2 だけ y 軸の向きに -5 だけ平行移動させた点 $(t+2,3t^2-5)$ なので，$(x,y)=(t+2,3t^2-5)$ ．よって

$$x = t+2 \quad かつ \quad y = 3t^2-5 \ .$$

$x=t+2$ より $t=x-2$;これを $y=3t^2-5$ に代入すると $y=3(x-2)^2-5$ ，右辺を降冪の順に整理すると $y=3x^2-12x+7$ ．

例 xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y=3x^2$ のグラフを x 軸の向きに 2 だけ y 軸の向きに -5 だけ平行移動させた放物線 P をグラフとする関数を表す方程式を導く．放物線 P の各点 (x, y) は，2 次関数 $y=3x^2$ のグラフの点 $(t, 3t^2)$（t はある実数）を x の軸の向きに 2 だけ y 軸の向きに -5 だけ平行移動させた点 $(t+2, 3t^2-5)$ なので，$(x, y)=(t+2, 3t^2-5)$ ．よって

$$x = t+2 \text{ かつ } y = 3t^2-5 .$$

$x=t+2$ より $t=x-2$;これを $y=3t^2-5$ に代入すると $y=3(x-2)^2-5$ ，右辺を降冪の順に整理すると $y=3x^2-12x+7$ ．故に P をグラフとする関数は $y=3x^2-12x+7$ である． 終

$\boxed{\text{問}4.8.1}$ xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y = 4x^2$ のグラフを x の軸の向きに -2 だけ y 軸の向きに -3 だけ平行移動させた放物線 P をグラフとする関数を表わす方程式を導け（導く過程を記せ）.

放物線 P の各点 (x, y) は，2 次関数 $y = 4x^2$ のグラフの点 $(t, \quad)$（t はある実数）を x の軸の向きに -2 だけ y 軸の向きに -3 だけ平行移動させた点（ $\quad , \quad$ ）なので，$(x, y) = (\quad , \quad)$． $x =$ 　　より $t =$ 　　なので，

$$y =$$

故に P をグラフとする関数は $y =$ 　　　　である.

$\boxed{問4.8.1}$ xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y = 4x^2$ のグラフを x の軸の向きに -2 だけ y 軸の向きに -3 だけ平行移動させた放物線 P をグラフとする関数を表わす方程式を導け（導く過程を記せ）.

放物線 P の各点 (x, y) は，2 次関数 $y = 4x^2$ のグラフの点 $(t, 4t^2)$（t はある実数）を x の軸の向きに -2 だけ y 軸の向きに -3 だけ平行移動させた点 $(t-2, 4t^2-3)$ なので，$(x, y) = (t-2, 4t^2-3)$ ． $x = t-2$ より $t = x+2$ なので，

$$y = 4t^2 - 3 = 4(x+2)^2 - 3 = 4x^2 + 16x + 13 \ .$$

故に P をグラフとする関数は $y = 4x^2 + 16x + 13$ である. $\boxed{終}$

一般的に述べる．定数 a, p, q （ $a \neq 0$ ）に対し，xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = ax^2$ のグラフを x 軸の向きに $-p$ だけ y 軸の向きに q だけ平行移動させた放物線を P とおく．

一般的に述べる．定数 a,p,q （ $a\neq 0$ ）に対し，xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=ax^2$ のグラフを x 軸の向きに $-p$ だけ y 軸の向きに q だけ平行移動させた放物線を P とおく．P の各点 (x,y) は $y=ax^2$ のグラフの点 (t,at^2) （ t はある実数）を x 軸の向きに $-p$ だけ y 軸の向きに q だけ移動させた点 $(t-p,at^2+q)$ なので，$(x,y)=(t+p,at^2+q)$ ．

一般的に述べる．定数 a,p,q（$a \neq 0$）に対し，xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=ax^2$ のグラフを x 軸の向きに $-p$ だけ y 軸の向きに q だけ平行移動させた放物線を P とおく．P の各点 (x,y) は $y=ax^2$ のグラフの点 (t,at^2)（t はある実数）を x 軸の向きに $-p$ だけ y 軸の向きに q だけ移動させた点 $(t-p,at^2+q)$ なので，$(x,y)=(t+p,at^2+q)$．$x=t-p$ より $t=x+p$ なので，

$$y = at^2+q = a(x+p)^2+q \ .$$

　一般的に述べる．定数 a, p, q（ $a \neq 0$ ）に対し，xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = ax^2$ のグラフを x 軸の向きに $-p$ だけ y 軸の向きに q だけ平行移動させた放物線を P とおく．P の各点 (x, y) は $y = ax^2$ のグラフの点 (t, at^2)（ t はある実数）を x 軸の向きに $-p$ だけ y 軸の向きに q だけ移動させた点 $(t-p, at^2+q)$ なので，$(x, y) = (t+p, at^2+q)$ ．$x = t-p$ より $t = x+p$ なので，

$$y = at^2 + q = a(x+p)^2 + q \ .$$

放物線 P は方程式 $y = a(x+p)^2 + q$ で表される．

一般的に述べる．定数 a, p, q （ $a \neq 0$ ）に対し，xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = ax^2$ のグラフを x 軸の向きに $-p$ だけ y 軸の向きに q だけ平行移動させた放物線を P とおく．P の各点 (x, y) は $y = ax^2$ のグラフの点 (t, at^2) （ t はある実数）を x 軸の向きに $-p$ だけ y 軸の向きに q だけ移動させた点 $(t-p, at^2+q)$ なので，$(x, y) = (t+p, at^2+q)$ ．$x = t-p$ より $t = x+p$ なので，

$$y = at^2 + q = a(x+p)^2 + q\ .$$

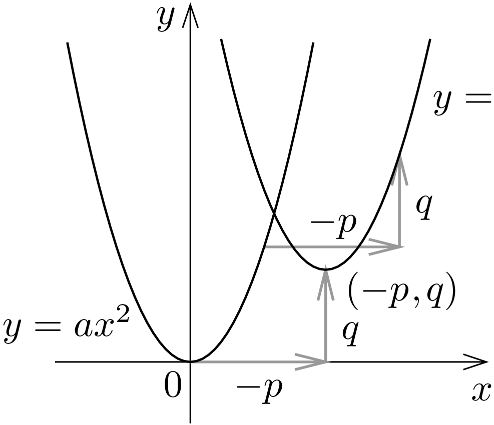
放物線 P は方程式 $y = a(x+p)^2 + q$ で表される．故に，変数 x の関数 $y = a(x+p)^2 + q$ のグラフは，関数 $y = ax^2$ のグラフを x 軸の向きに $-p$ だけ y 軸の向きに q だけ平行移動させた放物線である．

一般的に述べる．定数 a, p, q （ $a \neq 0$ ）に対し，xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = ax^2$ のグラフを x 軸の向きに $-p$ だけ y 軸の向きに q だけ平行移動させた放物線を P とおく．P の各点 (x, y) は $y = ax^2$ のグラフの点 (t, at^2)（ t はある実数）を x 軸の向きに $-p$ だけ y 軸の向きに q だけ移動させた点 $(t-p, at^2+q)$ なので，$(x, y) = (t+p, at^2+q)$ ．$x = t-p$ より $t = x+p$ なので，

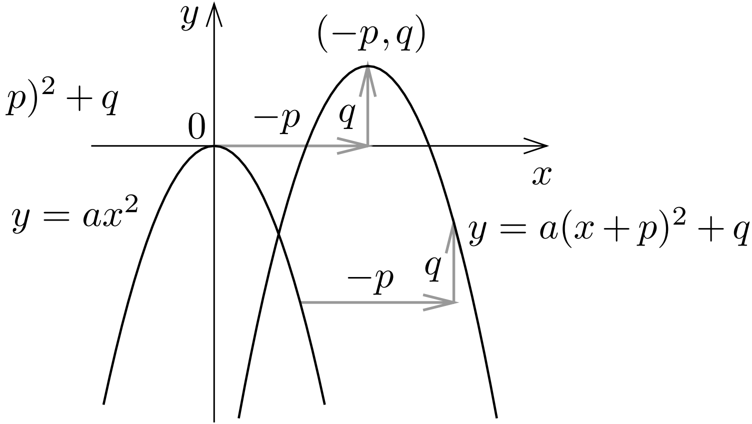
$$y = at^2 + q = a(x+p)^2 + q \ .$$

放物線 P は方程式 $y = a(x+p)^2 + q$ で表される．故に，変数 x の関数 $y = a(x+p)^2 + q$ のグラフは，関数 $y = ax^2$ のグラフを x 軸の向きに $-p$ だけ y 軸の向きに q だけ平行移動させた放物線である．関数 $y = a(x+p)^2 + q$ のグラフの頂点は，関数 $y = ax^2$ のグラフの頂点 $(0, 0)$ を x 軸の向きに $-p$ だけ y 軸の向きに q だけ平行移動させた点 $(-p, q)$ である．

xy 座標平面における $y=a(x+p)^2+q$ のグラフは以下のようになる.

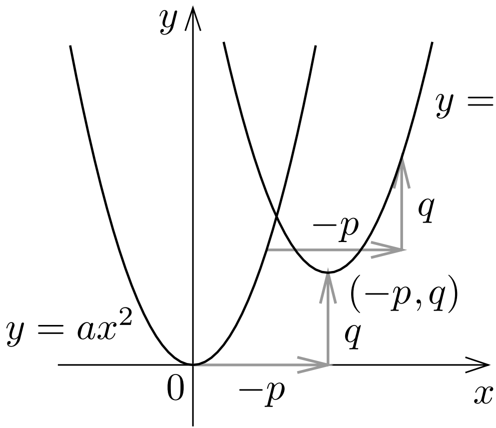


$a>0$ のとき

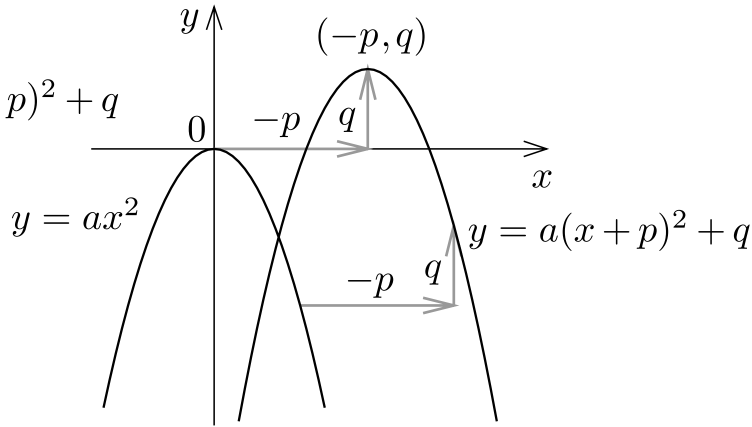


$a<0$ のとき

xy 座標平面における $y=a(x+p)^2+q$ のグラフは以下のようになる.



$a>0$ のとき



$a<0$ のとき

関数 $y=a(x+p)^2+q$ のグラフは, 関数 $y=ax^2$ のグラフを平行移動させた放物線であり, 頂点は $(-p,q)$ である.

定理 4.8　定数 a, p, q ($a \neq 0$) に対し，xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = a(x+p)^2 + q$ のグラフは，関数 $y = ax^2$ のグラフを，頂点が $(-p, q)$ になるように平行移動させた放物線である.

定理 4.8　定数 a, p, q （ $a \neq 0$ ）に対し，xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = a(x+p)^2 + q$ のグラフは，関数 $y = ax^2$ のグラフを，頂点が $(-p, q)$ になるように平行移動させた放物線である．

　変数 x の 2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ （ a, b, c は定数で $a \neq 0$ ） を x について平方完成された式で表すと $y = a(x+p) + q$ （ p, q は定数） となる．

定理 4.8　定数 a, p, q （ $a \neq 0$ ）に対し，xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = a(x+p)^2 + q$ のグラフは，関数 $y = ax^2$ のグラフを，頂点が $(-p, q)$ になるように平行移動させた放物線である．

変数 x の 2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ （ a, b, c は定数で $a \neq 0$ ） を x について平方完成された式で表すと $y = a(x+p) + q$ （ p, q は定数） となる．xy 座標平面において，$y = a(x+p)^2 + q$ のグラフは $y = ax^2$ のグラフを平行移動させた放物線であるから，結局，

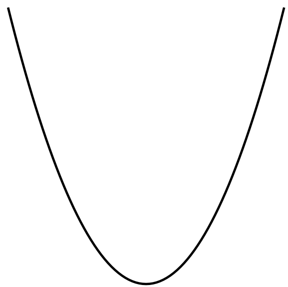
$y = ax^2 + bx + c$ のグラフは $y = ax^2$ のグラフを平行移動させた放物線である．

定理 4.8　定数 a,p,q（$a \neq 0$）に対し，xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=a(x+p)^2+q$ のグラフは，関数 $y=ax^2$ のグラフを，頂点が $(-p,q)$ になるように平行移動させた放物線である．

変数 x の 2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ （a,b,c は定数で $a \neq 0$） を x について平方完成された式で表すと $y=a(x+p)+q$ （p,q は定数） となる．xy 座標平面において，$y=a(x+p)^2+q$ のグラフは $y=ax^2$ のグラフを平行移動させた放物線であるから，結局，

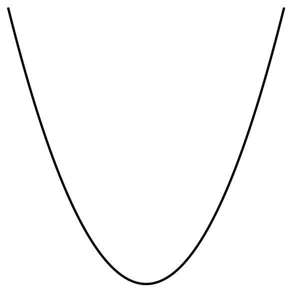
$y=ax^2+bx+c$ のグラフは $y=ax^2$ のグラフを平行移動させた放物線である．故に，$y=ax^2+bx+c$ のグラフの形と向きとは a の値だけで決まる．

定数 a について $a>0$ のとき，変数 x の 2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフは上に開いた形の放物線になる：この放物線の状態を下に凸という.

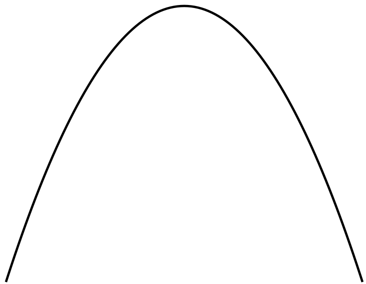


下に凸の放物線

定数 a について $a>0$ のとき，変数 x の 2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフは上に開いた形の放物線になる：この放物線の状態を下に凸という．また，定数 a について $a<0$ のとき，変数 x の 2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフは下に開いた形の放物線になる：この放物線の状態を上に凸という.



下に凸の放物線



上に凸の放物線

$\boxed{例}$ xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y = 2x^2$ のグラフを頂点が $(-3, 4)$ になるように平行移動させた放物線 P をグラフとする関数を表す方程式を導く.

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y = 2x^2$ のグラフを頂点が $(-3, 4)$ になるように平行移動させた放物線 P をグラフとする関数を表す方程式を導く．関数 $y = 2x^2$ のグラフの頂点 $(0, 0)$ が点 $(-3, 4)$ に移動する平行移動で，各点は x の軸の向きに -3 だけ y 軸の向きに 4 だけ平行移動する．

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y=2x^2$ のグラフを頂点が $(-3,4)$ になるように平行移動させた放物線 P をグラフとする関数を表す方程式を導く. 関数 $y=2x^2$ のグラフの頂点 $(0,0)$ が点 $(-3,4)$ に移動する平行移動で, 各点は x の軸の向きに -3 だけ y 軸の向きに 4 だけ平行移動する. 放物線 P の各点 (x,y) は, 関数 $y=2x^2$ のグラフの点 $(t,2t^2)$（t はある実数）を x の軸の向きに -3 だけ y 軸の向きに 4 だけ平行移動させた点 $(t-3,2t^2+4)$ なので, $(x,y)=(t-3,2t^2+4)$.

$\boxed{例}$ xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y = 2x^2$ のグラフを頂点が $(-3, 4)$ になるように平行移動させた放物線 P をグラフとする関数を表す方程式を導く．関数 $y = 2x^2$ のグラフの頂点 $(0, 0)$ が点 $(-3, 4)$ に移動する平行移動で，各点は x の軸の向きに -3 だけ y 軸の向きに 4 だけ平行移動する．放物線 P の各点 (x, y) は，関数 $y = 2x^2$ のグラフの点 $(t, 2t^2)$（t はある実数）を x の軸の向きに -3 だけ y 軸の向きに 4 だけ平行移動させた点 $(t-3, 2t^2+4)$ なので，$(x, y) = (t-3, 2t^2+4)$．よって

$$x = t - 3 \text{ かつ } y = 2t^2 + 4 .$$

$\boxed{例}$ xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y=2x^2$ のグラフを頂点が $(-3,4)$ になるように平行移動させた放物線 P をグラフとする関数を表す方程式を導く．関数 $y=2x^2$ のグラフの頂点 $(0,0)$ が点 $(-3,4)$ に移動する平行移動で，各点は x の軸の向きに -3 だけ y 軸の向きに 4 だけ平行移動する．放物線 P の各点 (x,y) は，関数 $y=2x^2$ のグラフの点 $(t,2t^2)$（t はある実数）を x の軸の向きに -3 だけ y 軸の向きに 4 だけ平行移動させた点 $(t-3,2t^2+4)$ なので，$(x,y)=(t-3,2t^2+4)$．よって

$$x=t-3 \text{ かつ } y=2t^2+4 .$$

$x=t-3$ より $t=x+3$．これを $y=2t^2+4$ に代入すると，
$y=2(x+3)^2+4$，右辺を降冪の順に整理すると $y=2x^2+12x+22$．

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y=2x^2$ のグラフを頂点が $(-3,4)$ になるように平行移動させた放物線 P をグラフとする関数を表す方程式を導く．関数 $y=2x^2$ のグラフの頂点 $(0,0)$ が点 $(-3,4)$ に移動する平行移動で，各点は x の軸の向きに -3 だけ y 軸の向きに 4 だけ平行移動する．放物線 P の各点 (x,y) は，関数 $y=2x^2$ のグラフの点 $(t,2t^2)$（t はある実数）を x の軸の向きに -3 だけ y 軸の向きに 4 だけ平行移動させた点 $(t-3,2t^2+4)$ なので，$(x,y)=(t-3,2t^2+4)$．よって

$$x=t-3 \quad \text{かつ} \quad y=2t^2+4 \ .$$

$x=t-3$ より $t=x+3$．これを $y=2t^2+4$ に代入すると，$y=2(x+3)^2+4$，右辺を降冪の順に整理すると $y=2x^2+12x+22$．故に P をグラフとする関数は $y=2x^2+12x+22$ である． $\boxed{\text{終}}$

$\boxed{問 4.8.2}$ xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y = 3x^2$ のグラフを頂点が $(4,2)$ になるように平行移動させた放物線 P をグラフとする関数を表わす方程式を導け（導く過程を記せ）.

　関数 $y = 3x^2$ のグラフの頂点 $(0,0)$ が点 $(4,2)$ に移動する平行移動で，各点は x の軸の向きに　　だけ y 軸の向きに　　だけ平行移動する．放物線 P の各点 (x,y) は，関数 $y = 3x^2$ のグラフの点 $(t,\quad)$（t はある実数）を x の軸の向きに　　だけ y 軸の向きに　　だけ平行移動させた点 $(\qquad,\qquad)$ なので，$(x,y) = (\qquad,\qquad)$．$x =$ 　　　　なので $t =$ 　　　　; よって $y =$ 　　　　$=$ 　　　　　　　　，つまり $y =$ 　　　　　　　　．故に P をグラフとする関数は $y =$ 　　　　　　　　である.

$\boxed{\text{問}4.8.2}$ xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y=3x^2$ のグラフを頂点が $(4,2)$ になるように平行移動させた放物線 P をグラフとする関数を表わす方程式を導け（導く過程を記せ）.

関数 $y=3x^2$ のグラフの頂点 $(0,0)$ が点 $(4,2)$ に移動する平行移動で，各点は x の軸の向きに 4 だけ y 軸の向きに 2 だけ平行移動する．放物線 P の各点 (x,y) は，関数 $y=3x^2$ のグラフの点 $(t,3t^2)$（t はある実数）を x の軸の向きに 4 だけ y 軸の向きに 2 だけ平行移動させた点 $(t+4,3t^2+2)$ なので， $(x,y)=(t+4,3t^2+2)$ ． $x=t+4$ なので $t=x-4$ ；よって $y=3t^2+2=3(x-4)^2+2$ ，つまり $y=3x^2-24x+50$ ．故に P をグラフとする関数は $y=3x^2-24x+50$ である. $\boxed{\text{終}}$

座標平面において関数のグラフを描くときは，できるだけそのグラフと座標軸の共有点の座標を求めること．

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = 2x^2 - 4x - 6$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描く.

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=2x^2-4x-6$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描く．2 次関数 $y=2x^2-4x-6$ を x について平方完成された式で表す：

$$\begin{aligned} y &= 2x^2-4x-6 = 2(x^2-2x)-6 \\ &= 2(x^2-2x+1-1)-6 = 2(x-1)^2-2-6 \\ &= 2(x-1)^2-8 \ . \end{aligned}$$

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=2x^2-4x-6$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描く．2 次関数 $y=2x^2-4x-6$ を x について平方完成された式で表す：

$$
\begin{aligned}
y &= 2x^2-4x-6 = 2(x^2-2x)-6 \\
&= 2(x^2-2x+1-1)-6 = 2(x-1)^2-2-6 \\
&= 2(x-1)^2-8 \ .
\end{aligned}
$$

関数 $y=2x^2-4x-6$ のグラフの頂点は

$(1,-8)$ である．

$\boxed{\text{終}}$

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = 2x^2 - 4x - 6$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描く．2 次関数 $y = 2x^2 - 4x - 6$ を x について平方完成された式で表す：

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 4x - 6 = 2(x^2 - 2x) - 6 \\ &= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 6 = 2(x-1)^2 - 2 - 6 \\ &= 2(x-1)^2 - 8 \ . \end{aligned}$$

関数 $y = 2x^2 - 4x - 6$ のグラフの頂点は

$(1, -8)$ である．関数 $y = 2x^2 - 4x - 6$ について，$y = 0$ とすると，$2x^2 - 4x - 6 = 0$,

$x^2 - 2x - 3 = 0$ ， $(x+1)(x-3) = 0$,

$x = -1, 3$.

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=2x^2-4x-6$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描く．2 次関数 $y=2x^2-4x-6$ を x について平方完成された式で表す：

$$\begin{aligned} y &= 2x^2-4x-6 = 2(x^2-2x)-6 \\ &= 2(x^2-2x+1-1)-6 = 2(x-1)^2-2-6 \\ &= 2(x-1)^2-8 \ . \end{aligned}$$

関数 $y=2x^2-4x-6$ のグラフの頂点は $(1,-8)$ である．関数 $y=2x^2-4x-6$ について，$y=0$ とすると，$2x^2-4x-6=0$ ，$x^2-2x-3=0$ ，$(x+1)(x-3)=0$ ，$x=-1,3$ ．$y=2x^2-4x-6$ のグラフと x 軸との共有点は $(-1,0)$ と $(3,0)$ とである．

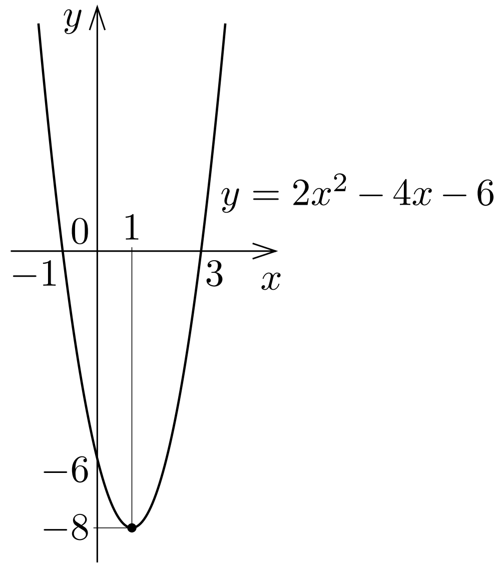
$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = 2x^2 - 4x - 6$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描く．2 次関数 $y = 2x^2 - 4x - 6$ を x について平方完成された式で表す：

$$
\begin{aligned}
y &= 2x^2 - 4x - 6 = 2(x^2 - 2x) - 6 \\
&= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 6 = 2(x-1)^2 - 2 - 6 \\
&= 2(x-1)^2 - 8 \ .
\end{aligned}
$$

関数 $y = 2x^2 - 4x - 6$ のグラフの頂点は
$(1, -8)$ である．関数 $y = 2x^2 - 4x - 6$ について，$y = 0$ とすると，$2x^2 - 4x - 6 = 0$ ，
$x^2 - 2x - 3 = 0$ ，$(x+1)(x-3) = 0$ ，
$x = -1, 3$ ．$y = 2x^2 - 4x - 6$ のグラフと
x 軸との共有点は $(-1, 0)$ と $(3, 0)$ とである．$x = 0$ とすると $y = -6$ なので，
$y = 2x^2 - 4x - 6$ のグラフと y 軸との共有点は $(0, -6)$ である．

例 xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=2x^2-4x-6$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描く．2 次関数 $y=2x^2-4x-6$ を x について平方完成された式で表す：

$$\begin{aligned} y=2x^2-4x-6&=2(x^2-2x)-6 \\ &=2(x^2-2x+1-1)-6=2(x-1)^2-2-6 \\ &=2(x-1)^2-8\ . \end{aligned}$$

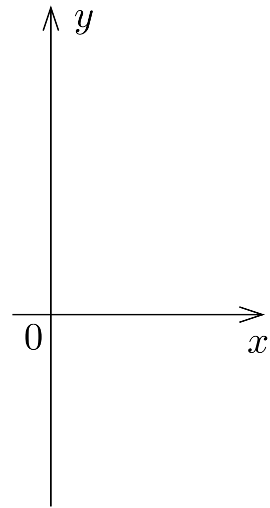


関数 $y=2x^2-4x-6$ のグラフの頂点は $(1,-8)$ である．関数 $y=2x^2-4x-6$ について，$y=0$ とすると，$2x^2-4x-6=0$ ，$x^2-2x-3=0$ ，$(x+1)(x-3)=0$ ，$x=-1,3$ ．$y=2x^2-4x-6$ のグラフと x 軸との共有点は $(-1,0)$ と $(3,0)$ とである．$x=0$ とすると $y=-6$ なので，$y=2x^2-4x-6$ のグラフと y 軸との共有点は $(0,-6)$ である．終

$\boxed{問 4.8.3}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = 2x^2 - 8x + \frac{7}{2}$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描け.

関数 $y = 2x^2 - 8x + \frac{7}{2}$ について，

$$y = 2x^2 - 8x + \frac{7}{2} =$$



グラフの頂点の座標は $\left(\quad , \quad \right)$ である.

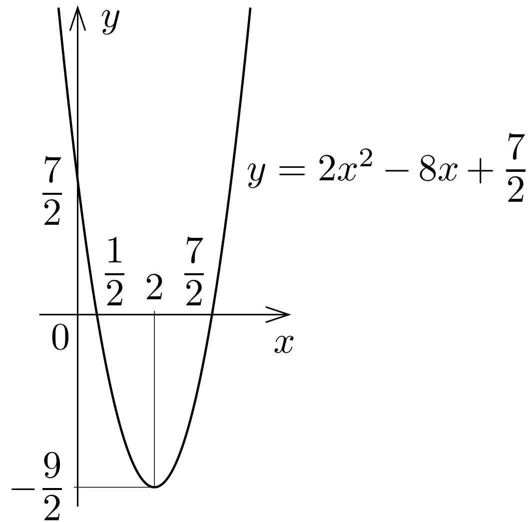
$y = 0$ とすると， $x^2 - 4x + \frac{7}{4} = 0$ なので

$$x =$$

グラフと x 軸との共有点は $\left(\quad ,0\right)$ と $\left(\quad ,0\right)$ とである． $x = 0$ とすると

$y =$ 　　なので，グラフと y 軸との共有点は $\left(0, \quad \right)$ である.

$\boxed{\text{問}4.8.3}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = 2x^2 - 8x + \dfrac{7}{2}$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描け.



関数 $y = 2x^2 - 8x + \dfrac{7}{2}$ について，

$$y = 2x^2 - 8x + \frac{7}{2} = 2(x^2 - 4x + 4) - 8 + \frac{7}{2}$$
$$= 2(x-2)^2 - \frac{9}{2} \ .$$

グラフの頂点の座標は $\left(2, -\dfrac{9}{2}\right)$ である.

$y = 0$ とすると， $x^2 - 4x + \dfrac{7}{4} = 0$ なので

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-7}}{2} = \frac{4 \pm 3}{2} = \frac{1}{2}, \frac{7}{2} \ .$$

グラフと x 軸との共有点は $\left(\dfrac{1}{2}, 0\right)$ と $\left(\dfrac{7}{2}, 0\right)$ とである. $x = 0$ とすると $y = \dfrac{7}{2}$ なので，グラフと y 軸との共有点は $\left(0, \dfrac{7}{2}\right)$ である. $\boxed{\text{終}}$

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2+3x+6$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描く.

$\boxed{例}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2+3x+6$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描く．2 次関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2+3x+6$ を x について平方完成された式で表す：

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2+3x+6=\frac{1}{2}(x^2+6x)+6 \\ &= \frac{1}{2}(x^2+6x+9-9)+6=\frac{1}{2}(x+3)^2-\frac{9}{2}+6 \\ &= \frac{1}{2}(x+3)^2+\frac{3}{2} \ . \end{aligned}$$

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = \dfrac{1}{2}x^2 + 3x + 6$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描く．2 次関数 $y = \dfrac{1}{2}x^2 + 3x + 6$ を x について平方完成された式で表す：

$$
\begin{aligned}
y &= \frac{1}{2}x^2 + 3x + 6 = \frac{1}{2}(x^2 + 6x) + 6 \\
&= \frac{1}{2}(x^2 + 6x + 9 - 9) + 6 = \frac{1}{2}(x+3)^2 - \frac{9}{2} + 6 \\
&= \frac{1}{2}(x+3)^2 + \frac{3}{2} \ .
\end{aligned}
$$

関数 $y = \dfrac{1}{2}x^2 + 3x + 6$ のグラフの頂点は $\left(-3, \dfrac{3}{2}\right)$ である．

関数 $y=\frac{1}{2}x^2+3x+6$ について，グラフの頂点は $\left(-3, \frac{3}{2}\right)$ である.

関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2+3x+6$ について，グラフの頂点は $\left(-3,\dfrac{3}{2}\right)$ である．各実数 x について，

$$y = \frac{1}{2}(x+3)^2+\frac{3}{2} \geq \frac{3}{2} > 0 \ .$$

関数 $y=\frac{1}{2}x^2+3x+6$ について，グラフの頂点は $\left(-3,\frac{3}{2}\right)$ である．各実数 x について，

$$y = \frac{1}{2}(x+3)^2+\frac{3}{2} \geq \frac{3}{2} > 0 \ .$$

従って $y=\frac{1}{2}x^2+3x+6$ のグラフと x 軸との共有点は無い．

関数 $y=\frac{1}{2}x^2+3x+6$ について，グラフの頂点は $\left(-3,\frac{3}{2}\right)$ である．各実数 x について，

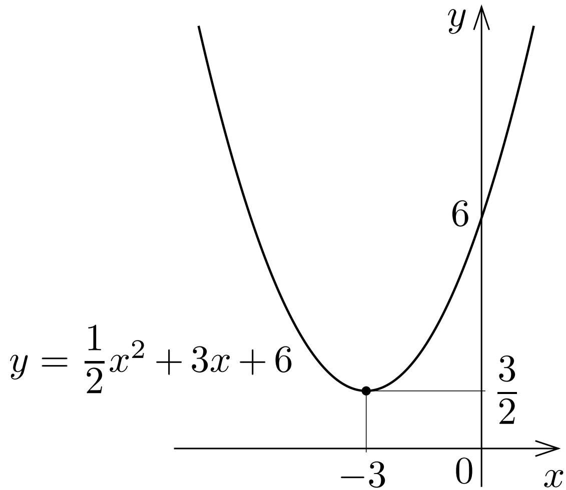
$$y = \frac{1}{2}(x+3)^2+\frac{3}{2} \geq \frac{3}{2} > 0 \ .$$

従って $y=\frac{1}{2}x^2+3x+6$ のグラフと x 軸との共有点は無い． $x=0$ のとき $y=6$ なので， $y=\frac{1}{2}x^2+3x+6$ のグラフと y 軸との共有点は $(0,6)$ である．

関数 $y=\frac{1}{2}x^2+3x+6$ について，グラフの頂点は $\left(-3,\frac{3}{2}\right)$ である．各実数 x について，

$$y=\frac{1}{2}(x+3)^2+\frac{3}{2}\geq\frac{3}{2}>0\ .$$

従って $y=\frac{1}{2}x^2+3x+6$ のグラフと x 軸との共有点は無い． $x=0$ のとき $y=6$ なので， $y=\frac{1}{2}x^2+3x+6$ のグラフと y 軸との共有点は $(0,6)$ である．

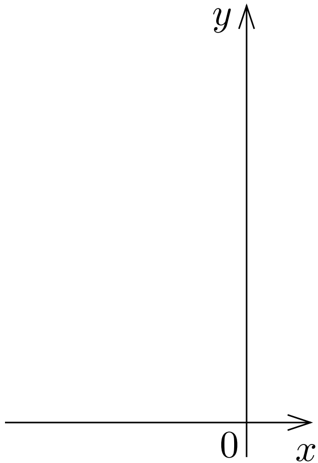


終

問4.8.4 xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=\dfrac{2}{3}x^2+4x+7$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描け.

関数 $y=\dfrac{2}{3}x^2+4x+7$ について，

$$y=\frac{2}{3}x^2+4x+7=$$



グラフの頂点の座標は（　，）である．各実数 x について

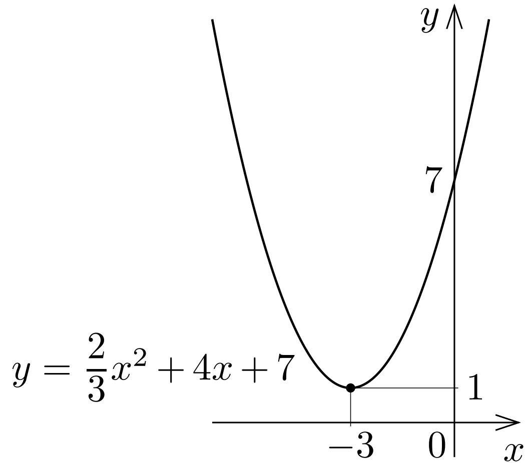
$$y= \qquad \geq \qquad > \qquad .$$

従ってグラフと x 軸との共有点は無い． $x=0$ とすると $y=$ 　なので，グラフと y 軸との共有点は $(0,\ )$ である．

$\boxed{\text{問}4.8.4}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=\dfrac{2}{3}x^2+4x+7$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描け.

関数 $y=\dfrac{2}{3}x^2+4x+7$ について，

$$\begin{aligned} y&=\frac{2}{3}x^2+4x+7=\frac{2}{3}(x^2+6x)+7 \\ &=\frac{2}{3}(x^2+6x+9-9)+7=\frac{2}{3}(x+3)^2-6+7 \\ &=\frac{2}{3}(x+3)^2+1\ . \end{aligned}$$



グラフの頂点の座標は $(-3,1)$ である．各実数 x について

$$y=\frac{2}{3}(x+3)^2+1\geq 1>0\ .$$

従ってグラフと x 軸との共有点は無い． $x=0$ とすると $y=7$ なので，グラフと y 軸との共有点は $(0,7)$ である．

$\boxed{\text{終}}$

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=-x^2+4x-4$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描く.

$\boxed{例}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=-x^2+4x-4$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描く．2 次関数 $y=-x^2+4x-4$ を x について平方完成された式で表す：

$$
\begin{aligned}
y &= -x^2+4x-4 = -(x^2-4x)-4 \\
&= -(x^2-4x+4-4)-4 \\
&= -(x-2)^2+4-4 \\
&= -(x-2)^2 \ .
\end{aligned}
$$

例 xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=-x^2+4x-4$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描く．2 次関数 $y=-x^2+4x-4$ を x について平方完成された式で表す：

$$\begin{aligned} y &= -x^2+4x-4 = -(x^2-4x)-4 \\ &= -(x^2-4x+4-4)-4 \\ &= -(x-2)^2+4-4 \\ &= -(x-2)^2 \ . \end{aligned}$$

関数 $y=-x^2+4x-4$ のグラフの頂点は $(2,0)$ である．

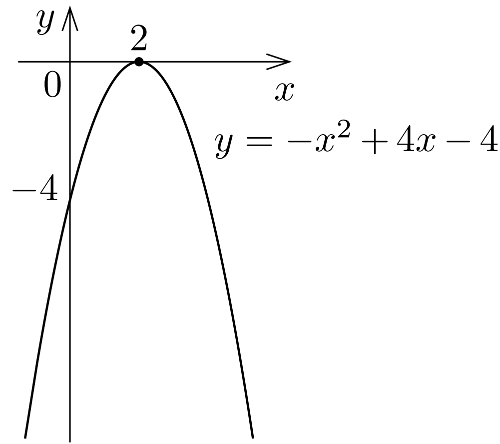
例 xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=-x^2+4x-4$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描く．2 次関数 $y=-x^2+4x-4$ を x について平方完成された式で表す：

$$
\begin{aligned}
y=-x^2+4x-4&=-(x^2-4x)-4\\
&=-(x^2-4x+4-4)-4\\
&=-(x-2)^2+4-4\\
&=-(x-2)^2\ .
\end{aligned}
$$

関数 $y=-x^2+4x-4$ のグラフの頂点は $(2,0)$ である．関数 $y=-x^2+4x-4$ について，$y=0$ とすると，$-x^2+4x-4=0$ ，$x^2-4x+4=0$ ，$(x-2)^2=0$ ，$x=2$ ．グラフと x 軸との共有点は $(2,0)$ である．

例 xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=-x^2+4x-4$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描く．2 次関数 $y=-x^2+4x-4$ を x について平方完成された式で表す：

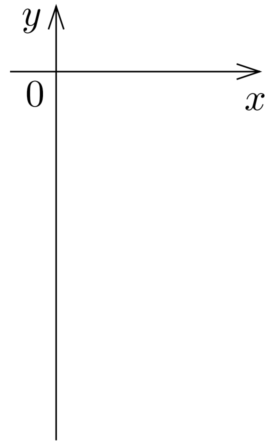
$$
\begin{aligned}
y &= -x^2+4x-4 = -(x^2-4x)-4 \\
&= -(x^2-4x+4-4)-4 \\
&= -(x-2)^2+4-4 \\
&= -(x-2)^2 \ .
\end{aligned}
$$



関数 $y=-x^2+4x-4$ のグラフの頂点は $(2,0)$ である．関数 $y=-x^2+4x-4$ について，$y=0$ とすると，$-x^2+4x-4=0$ ，$x^2-4x+4=0$ ，$(x-2)^2=0$ ，$x=2$ ．グラフと x 軸との共有点は $(2,0)$ である．$x=0$ とすると $y=4$ なので，グラフと y 軸との共有点は $(0,-4)$ である． 終

$\boxed{問4.8.5}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=-2x^2+6x-\dfrac{9}{2}$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描け.

関数 $y=-2x^2+6x-\dfrac{9}{2}$ について，



$$y=-2x^2+6x-\frac{9}{2}$$

グラフの頂点は $\left(\quad , \quad \right)$ である．$y=0$ のとき

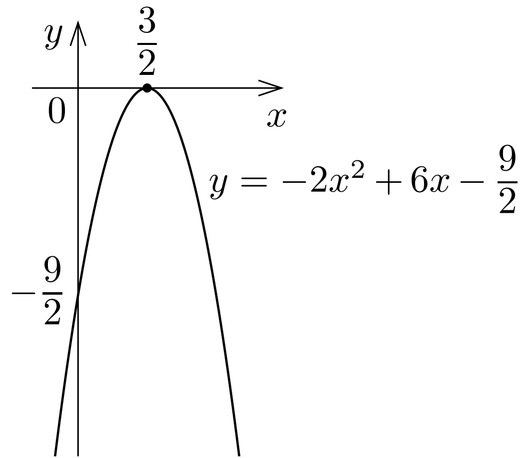
$=0$ なので $x=$ ．グラフと x 軸との共有点は $\left(\quad ,0\right)$ である.

また，$x=0$ のとき $y=$ なので，グラフと y 軸との共有点は $\left(0, \quad \right)$ である.

$\boxed{\text{問}4.8.5}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=-2x^2+6x-\dfrac{9}{2}$ のグラフの頂点を求めてグラフの概形を描け.

関数 $y=-2x^2+6x-\dfrac{9}{2}$ について,

$$\begin{aligned}y&=-2x^2+6x-\frac{9}{2}=-2(x^2-3x)-\frac{9}{2}\\&=-2\left\{x^2-2\frac{3}{2}x+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}\right\}-\frac{9}{2}\\&=-2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2.\end{aligned}$$



グラフの頂点は $\left(\dfrac{3}{2},0\right)$ である. $y=0$ のとき $-2\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2=0$ なので $x=\dfrac{3}{2}$. グラフと x 軸との共有点は $\left(\dfrac{3}{2},0\right)$ である. また, $x=0$ のとき $y=-\dfrac{9}{2}$ なので，グラフと y 軸との共有点は $\left(0,-\dfrac{9}{2}\right)$ である.

$\boxed{\text{終}}$

定理 4.8 より次のことが成り立ちます：定数 a, p, q（ $a \neq 0$ ） に対して，xy 座標平面において，関数 $y = ax^2$ のグラフを点 (p, q) が頂点となるように平行移動させた放物線は，関数 $y = a(x-p)^2 + q$ のグラフである．

$\boxed{例}$ 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面において $y=f(x)$ のグラフは関数 $y=3x^2$ のグラフを平行移動させた放物線であり，その頂点は $(2,4)$ であるとする．$f(x)$ の値を表す x の 2 次式を求める（降冪の順に整理する）．

例 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面において $y=f(x)$ のグラフは関数 $y=3x^2$ のグラフを平行移動させた放物線であり，その頂点は $(2,4)$ であるとする．$f(x)$ の値を表す x の 2 次式を求める（降冪の順に整理する）．2 次関数 $y=f(x)$ のグラフは関数 $y=3x^2$ のグラフを平行移動させた放物線で，その頂点が $(2,4)$ なので，$f(x)=3(x-2)^2+4$ ；

例 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面において $y=f(x)$ のグラフは関数 $y=3x^2$ のグラフを平行移動させた放物線であり，その頂点は $(2,4)$ であるとする．$f(x)$ の値を表す x の 2 次式を求める（降冪の順に整理する）．2 次関数 $y=f(x)$ のグラフは関数 $y=3x^2$ のグラフを平行移動させた放物線で，その頂点が $(2,4)$ なので，$f(x)=3(x-2)^2+4$ ；右辺を降冪の順に整理すると $f(x)=3x^2-12x+16$ ．終

問4.8.6 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面において $y=f(x)$ のグラフは関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフを平行移動させた放物線であり，その頂点は $(-4,3)$ であるとする．$f(x)$ の値を表す x の 2 次式を求めよ（降冪の順に整理せよ）．

関数 $y=f(x)$ のグラフは，関数 $y=$ 　　　　 のグラフを平行移動させた放物線で，頂点は $(-4,3)$ なので，$f(x)=$ 　　　　　　　　，つまり

$f(x)=$ 　　　　　　　　　　.

$\boxed{問 4.8.6}$ 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面において $y=f(x)$ のグラフは関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフを平行移動させた放物線であり，その頂点は $(-4,3)$ であるとする．$f(x)$ の値を表す x の 2 次式を求めよ（降冪の順に整理せよ）．

関数 $y=f(x)$ のグラフは，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフを平行移動させた放物線で，頂点は $(-4,3)$ なので，$f(x)=\frac{1}{2}(x+4)^2+3$ ，つまり

$f(x)=\frac{1}{2}x^2+4x+11$. $\boxed{終}$

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面において $y=f(x)$ のグラフは点 $(2,-5)$ を頂点とする放物線であり，点 $(6,7)$ が $y=f(x)$ のグラフに属すとする．$f(x)$ の値を表す x の 2 次式を求める（降冪の順に整理する）．

例 変数 x の2次関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面において $y=f(x)$ のグラフは点 $(2,-5)$ を頂点とする放物線であり，点 $(6,7)$ が $y=f(x)$ のグラフに属すとする．$f(x)$ の値を表す x の2次式を求める（降冪の順に整理する）．2次関数 $y=f(x)$ のグラフは点 $(2,-5)$ を頂点とする放物線なので，ある定数 a をとると $y=a(x-2)^2-5$ ．

$\boxed{例}$ 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面において $y=f(x)$ のグラフは点 $(2,-5)$ を頂点とする放物線であり，点 $(6,7)$ が $y=f(x)$ のグラフに属すとする．$f(x)$ の値を表す x の 2 次式を求める（降冪の順に整理する）．2 次関数 $y=f(x)$ のグラフは点 $(2,-5)$ を頂点とする放物線なので，ある定数 a をとると $y=a(x-2)^2-5$ ．点 $(6,7)$ が関数 $y=a(x-2)^2-5$ のグラフに属すので，$7=a(6-2)^2-5$ ，$16a=12$ ，$a=\dfrac{3}{4}$ ．

例 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面において $y=f(x)$ のグラフは点 $(2,-5)$ を頂点とする放物線であり，点 $(6,7)$ が $y=f(x)$ のグラフに属すとする．$f(x)$ の値を表す x の 2 次式を求める（降冪の順に整理する）．2 次関数 $y=f(x)$ のグラフは点 $(2,-5)$ を頂点とする放物線なので，ある定数 a をとると $y=a(x-2)^2-5$ ．点 $(6,7)$ が関数 $y=a(x-2)^2-5$ のグラフに属すので，$7=a(6-2)^2-5$ ，$16a=12$ ，$a=\frac{3}{4}$ ．よって $f(x)=\frac{3}{4}(x-2)^2-5$ つまり $f(x)=\frac{3}{4}x-3x-1$ ． 終

$\boxed{\text{問}4.8.7}$ 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面において $y=f(x)$ のグラフは点 $(6,-11)$ を頂点とする放物線であり，点 $(3,-5)$ が $y=f(x)$ のグラフに属すとする．$f(x)$ の値を表す x の 2 次式を求めよ（降冪の順に整理せよ）．

2 次関数 $y=f(x)$ のグラフは点 $(6,-11)$ を頂点とする放物線なので，ある定数 a をとると $f(x)=a(\qquad)^2$ ．点 $(3,-5)$ が $y=a(\qquad)^2$ のグラフに属すので，$\quad=\qquad$ ，$a=\quad$ ，$a=\quad$ ．よって

$f(x)=\quad(\qquad)^2$ 　つまり $f(x)=\qquad$.

問4.8.7 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面において $y=f(x)$ のグラフは点 $(6,-11)$ を頂点とする放物線であり，点 $(3,-5)$ が $y=f(x)$ のグラフに属すとする．$f(x)$ の値を表す x の 2 次式を求めよ（降冪の順に整理せよ）．

2 次関数 $y=f(x)$ のグラフは点 $(6,-11)$ を頂点とする放物線なので，ある定数 a をとると $f(x)=a(x-6)^2-11$ ．点 $(3,-5)$ が $y=a(x-6)^2-11$ のグラフに属すので，$-5=a(3-6)^2-11$ ，$9a=6$ ，$a=\dfrac{2}{3}$ ．よって $f(x)=\dfrac{2}{3}(x-6)^2-11$ つまり $f(x)=\dfrac{2}{3}x^2-8x+13$ ． 終

定数 a,b,c（ $a\neq 0$ ） に対して，xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフは関数 $y=ax^2$ のグラフを平行移動させた放物線であった．

定数 a,b,c（ $a\neq 0$ ） に対して，xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフは関数 $y=ax^2$ のグラフを平行移動させた放物線であった.

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面において $y=f(x)$ のグラフは関数 $y=4x^2$ のグラフを平行移動させた放物線であり，点 $(2,-5)$ と $(3,6)$ とが $y=f(x)$ のグラフに属すとする．$f(x)$ の値を表す x の 2 次式を求める（降冪の順に整理する）.

定数 a,b,c（ $a\neq 0$ ） に対して，xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフは関数 $y=ax^2$ のグラフを平行移動させた放物線であった.

$\boxed{例}$ 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面において $y=f(x)$ のグラフは関数 $y=4x^2$ のグラフを平行移動させた放物線であり，点 $(2,-5)$ と $(3,6)$ とが $y=f(x)$ のグラフに属すとする．$f(x)$ の値を表す x の 2 次式を求める（降冪の順に整理する）．関数 $y=f(x)$ のグラフは関数 $y=4x^2$ のグラフを平行移動させた放物線なので，ある定数 b,c をとると

$f(x)=4x^2+bx+c$.

定数 a,b,c（ $a\neq 0$ ） に対して，xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフは関数 $y=ax^2$ のグラフを平行移動させた放物線であった.

$\boxed{例}$ 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面において $y=f(x)$ のグラフは関数 $y=4x^2$ のグラフを平行移動させた放物線であり，点 $(2,-5)$ と $(3,6)$ とが $y=f(x)$ のグラフに属すとする．$f(x)$ の値を表す x の 2 次式を求める（降冪の順に整理する）．関数 $y=f(x)$ のグラフは関数 $y=4x^2$ のグラフを平行移動させた放物線なので，ある定数 b,c をとると $f(x)=4x^2+bx+c$ ．点 $(2,-5)$ が関数 $y=4x^2+bx+c$ のグラフに属すので，$-5=4\cdot 2^2+b\cdot 2+c$ よって $2b+c=-21$ ．

定数 a,b,c（ $a\neq 0$ ） に対して，xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフは関数 $y=ax^2$ のグラフを平行移動させた放物線であった.

$\boxed{例}$ 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面において $y=f(x)$ のグラフは関数 $y=4x^2$ のグラフを平行移動させた放物線であり，点 $(2,-5)$ と $(3,6)$ とが $y=f(x)$ のグラフに属すとする．$f(x)$ の値を表す x の 2 次式を求める（降冪の順に整理する）．関数 $y=f(x)$ のグラフは関数 $y=4x^2$ のグラフを平行移動させた放物線なので，ある定数 b,c をとると $f(x)=4x^2+bx+c$ ．点 $(2,-5)$ が関数 $y=4x^2+bx+c$ のグラフに属すので，$-5=4\cdot 2^2+b\cdot 2+c$ よって $2b+c=-21$ ．点 $(3,6)$ が関数 $y=4x^2+bx+c$ のグラフに属すので，$6=4\cdot 3^2+b\cdot 3+c$ よって $3b+c=-30$ ．

定数 a,b,c（ $a\neq 0$ ） に対して，xy 座標平面において変数 x の 2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフは関数 $y=ax^2$ のグラフを平行移動させた放物線であった.

$\boxed{例}$ 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面において $y=f(x)$ のグラフは関数 $y=4x^2$ のグラフを平行移動させた放物線であり，点 $(2,-5)$ と $(3,6)$ とが $y=f(x)$ のグラフに属すとする. $f(x)$ の値を表す x の 2 次式を求める（降冪の順に整理する）. 関数 $y=f(x)$ のグラフは関数 $y=4x^2$ のグラフを平行移動させた放物線なので，ある定数 b,c をとると $f(x)=4x^2+bx+c$. 点 $(2,-5)$ が関数 $y=4x^2+bx+c$ のグラフに属すので，$-5=4\cdot 2^2+b\cdot 2+c$ よって $2b+c=-21$. 点 $(3,6)$ が関数 $y=4x^2+bx+c$ のグラフに属すので，$6=4\cdot 3^2+b\cdot 3+c$ よって $3b+c=-30$. これらの方程式より，$b=-9$ かつ $c=-3$. $f(x)=4x^2+bx+c$ なので，$f(x)=4x^2-9x-3$. $\boxed{終}$

$\boxed{\text{問}4.8.8}$ 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面において $y=f(x)$ のグラフは関数 $y=\dfrac{3}{4}x^2$ のグラフを平行移動させた放物線で，点 $(4{,}1)$ と $(6{,}8)$ とが $y=f(x)$ のグラフに属すとする．$f(x)$ の値を表す x の 2 次式を求めよ（降冪の順に整理せよ）．

関数 $y=f(x)$ のグラフは関数 $y=\dfrac{3}{4}x^2$ のグラフを平行移動させた放物線なので，ある定数 b,c をとると $f(x)=\quad x^2+bx+c$ ．点 $(4{,}1)$ が関数 $y=\quad x^2+bx+c$ のグラフに属すので，$\quad=\quad$ よって $\quad=\quad$ ．点 $(6{,}8)$ が関数 $y=\quad x^2+bx+c$ のグラフに属すので，$\quad=\quad$ よって $\quad=\quad$ ．これらの方程式より，$b=\quad$ かつ $c=\quad$ ．$f(x)=\quad x^2+bx+c$ なので，$f(x)=\quad$ ．

$\boxed{\text{問}4.8.8}$ 変数 x の 2 次関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面において $y=f(x)$ のグラフは関数 $y=\dfrac{3}{4}x^2$ のグラフを平行移動させた放物線で，点 $(4,1)$ と $(6,8)$ とが $y=f(x)$ のグラフに属すとする．$f(x)$ の値を表す x の 2 次式を求めよ（降冪の順に整理せよ）．

関数 $y=f(x)$ のグラフは関数 $y=\dfrac{3}{4}x^2$ のグラフを平行移動させた放物線なので，ある定数 b,c をとると $f(x)=\dfrac{3}{4}x^2+bx+c$ ．点 $(4,1)$ が関数 $y=\dfrac{3}{4}x^2+bx+c$ のグラフに属すので，$1=\dfrac{3}{4}\cdot 4^2+b\cdot 4+c$ よって $4b+c=-11$ ．点 $(6,8)$ が関数 $y=\dfrac{3}{4}x^2+bx+c$ のグラフに属すので，$8=\dfrac{3}{4}\cdot 6^2+b\cdot 6+c$ よって $6b+c=-19$ ．これらの方程式より，$b=-4$ かつ $c=5$ ． $f(x)=\dfrac{3}{4}x^2+bx+c$ なので，$f(x)=\dfrac{3}{4}x^2-4x+5$ ． $\boxed{\text{終}}$