

## 5.7 連立1次不等式の解法

5.1 節で述べたように，変数  $x$  に関する不等式は  $x$  の値に関する条件を表す．複数の不等式に対して，各々が表す条件を“かつ”で結んだ条件を考えると，それらの不等式を連立するという．

**例** 変数  $x$  に関する 2 個の不等式  $x + 7 \geq 5$  と  $2x < 6$  とを連立するとき次のように表す：

$$\begin{cases} x + 7 \geq 5 \\ 2x < 6 \end{cases} .$$

**例** 変数  $x$  に関する 2 個の不等式  $x + 7 \geq 5$  と  $2x < 6$  とを連立するとき次のように表す：

$$\begin{cases} x + 7 \geq 5 \\ 2x < 6 \end{cases} .$$

この連立不等式は  $x$  の値に関する条件 “  $x + 7 \geq 5$  かつ  $2x < 6$  ” を表す.

**例** 変数  $x$  に関する 2 個の不等式  $x + 7 \geq 5$  と  $2x < 6$  とを連立するとき次のように表す：

$$\begin{cases} x + 7 \geq 5 \\ 2x < 6 \end{cases} .$$

この連立不等式は  $x$  の値に関する条件 “  $x + 7 \geq 5$  かつ  $2x < 6$  ” を表す.

$$x + 7 \geq 5 \iff x \geq -2 , \quad 2x < 6 \iff x < 3 ;$$

**例** 変数  $x$  に関する 2 個の不等式  $x + 7 \geq 5$  と  $2x < 6$  とを連立するとき次のように表す：

$$\begin{cases} x + 7 \geq 5 \\ 2x < 6 \end{cases} .$$

この連立不等式は  $x$  の値に関する条件 “  $x + 7 \geq 5$  かつ  $2x < 6$  ” を表す.

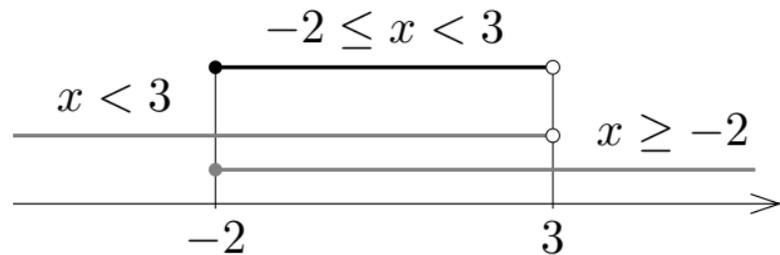
$$x + 7 \geq 5 \iff x \geq -2, \quad 2x < 6 \iff x < 3 ;$$

従って,

$$x + 7 \geq 5 \text{ かつ } 2x < 6$$

$$\iff x \geq -2 \text{ かつ } x < 3$$

$$\iff -2 \leq x < 3 .$$



**例** 変数  $x$  に関する 2 個の不等式  $x + 7 \geq 5$  と  $2x < 6$  とを連立するとき次のように表す：

$$\begin{cases} x + 7 \geq 5 \\ 2x < 6 \end{cases} .$$

この連立不等式は  $x$  の値に関する条件 “  $x + 7 \geq 5$  かつ  $2x < 6$  ” を表す。

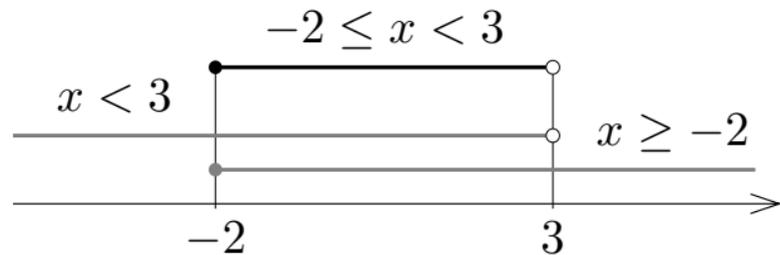
$$x + 7 \geq 5 \iff x \geq -2, \quad 2x < 6 \iff x < 3 ;$$

従って,

$$x + 7 \geq 5 \text{ かつ } 2x < 6$$

$$\iff x \geq -2 \text{ かつ } x < 3$$

$$\iff -2 \leq x < 3 .$$



与えられた不等式を解くと  $-2 \leq x < 3$  .

**例** 変数  $x$  に関する 2 個の不等式  $x + 7 \geq 5$  と  $2x < 6$  とを連立するとき次のように表す：

$$\begin{cases} x + 7 \geq 5 \\ 2x < 6 \end{cases} .$$

この連立不等式は  $x$  の値に関する条件 “  $x + 7 \geq 5$  かつ  $2x < 6$  ” を表す.

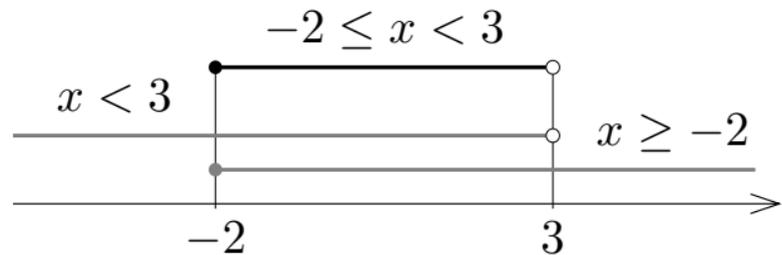
$$x + 7 \geq 5 \iff x \geq -2, \quad 2x < 6 \iff x < 3 ;$$

従って,

$$x + 7 \geq 5 \text{ かつ } 2x < 6$$

$$\iff x \geq -2 \text{ かつ } x < 3$$

$$\iff -2 \leq x < 3 .$$



与えられた不等式を解くと  $-2 \leq x < 3$  . よって,  $x$  に関する連立不等式  $\begin{cases} x + 7 \geq 5 \\ 2x < 6 \end{cases}$  の解集合は, 不等式  $x + 7 \geq 5$  の解集合  $[-2, \infty)$  と不等式  $2x < 6$  の解集合  $(-\infty, 3)$  との共通部分の  $[-2, 3)$  である. 終

例 変数  $x$  に関する次の連立不等式を解く :  $\begin{cases} 5x - 6 > 3x + 4 \\ x + 8 < 4x + 2 \end{cases}$  .

**例** 変数  $x$  に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 5x - 6 > 3x + 4 \\ x + 8 < 4x + 2 \end{cases} \quad \text{不等式}$$

$5x - 6 > 3x + 4$  を解くと、 $2x > 10$ ， $x > 5$  .

**例** 変数  $x$  に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 5x - 6 > 3x + 4 \\ x + 8 < 4x + 2 \end{cases} \quad \text{不等式}$$
$$5x - 6 > 3x + 4 \text{ を解くと, } 2x > 10, \quad x > 5. \quad \text{不等式 } x + 8 < 4x + 2 \text{ を解くと, } -3x < -6, \quad x > 2.$$

**例** 変数  $x$  に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 5x - 6 > 3x + 4 \\ x + 8 < 4x + 2 \end{cases} \quad \text{不等式}$$

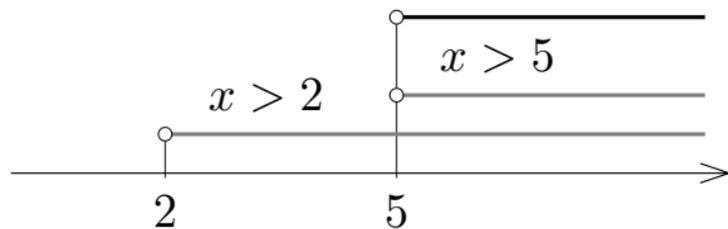
$5x - 6 > 3x + 4$  を解くと、 $2x > 10$ ， $x > 5$ ．不等式  $x + 8 < 4x + 2$  を解

くと、 $-3x < -6$ ， $x > 2$ ． $x > 5$

かつ  $x > 2$  ということは、 $x > 5$  と

いうことである．

$$x > 5 \text{ かつ } x > 2 \iff x > 5 .$$



**例** 変数  $x$  に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 5x - 6 > 3x + 4 \\ x + 8 < 4x + 2 \end{cases} \quad \text{不等式}$$

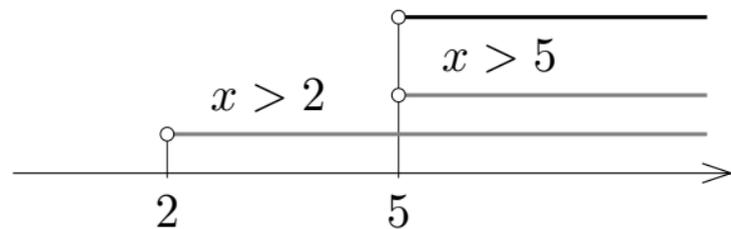
$5x - 6 > 3x + 4$  を解くと、 $2x > 10$ ， $x > 5$ ．不等式  $x + 8 < 4x + 2$  を解

くと、 $-3x < -6$ ， $x > 2$ ． $x > 5$

かつ  $x > 2$  ということは、 $x > 5$  と

いうことである．

$$x > 5 \text{ かつ } x > 2 \iff x > 5 .$$



故に与えられた連立不等式を解くと  $x > 5$  ．

**終**

問5.7.1 変数  $x$  に関する連立不等式  $\begin{cases} x - 2 > 7 - 3x \\ 2x + 3 \geq 5x - 4 \end{cases}$  を解け.

不等式  $x - 2 > 7 - 3x$  を解くと,  $x > 5$ ,  $x$  . 不等式  $2x + 3 \geq 5x - 4$

を解くと,  $x \leq 1$ ,  $x$  . 与えられた連立不等式を解くと,  $x$  か

つ  $x$  ないので, .

**問5.7.1** 変数  $x$  に関する連立不等式  $\begin{cases} x - 2 > 7 - 3x \\ 2x + 3 \geq 5x - 4 \end{cases}$  を解け.

不等式  $x - 2 > 7 - 3x$  を解くと,  $4x > 9$ ,  $x > \frac{9}{4}$ . 不等式  $2x + 3 \geq 5x - 4$

を解くと,  $-3x \geq -7$ ,  $x \leq \frac{7}{3}$ . 与えられた連立不等式を解くと,  $x > \frac{9}{4}$  か

つ  $x \leq \frac{7}{3}$  なので,  $\frac{9}{4} < x \leq \frac{7}{3}$ .

終

**問5.7.2** 変数  $x$  に関する連立不等式  $\begin{cases} 4x - 7 \leq 6 - x \\ 2x + 3 > 5x - 8 \end{cases}$  を解け.

不等式  $4x - 7 \leq 6 - x$  を解くと,  $x \leq 13$ ,  $x$  . 不等式

$2x + 3 > 5x - 8$  を解くと,  $x > 11$ ,  $x$  . 与えられた連立不等式を

解くと,  $x > 11$  かつ  $x \leq 13$  なので,  $11 < x \leq 13$  .

**問5.7.2** 変数  $x$  に関する連立不等式  $\begin{cases} 4x - 7 \leq 6 - x \\ 2x + 3 > 5x - 8 \end{cases}$  を解け.

不等式  $4x - 7 \leq 6 - x$  を解くと,  $5x \leq 13$ ,  $x \leq \frac{13}{5}$ . 不等式

$2x + 3 > 5x - 8$  を解くと,  $-3x > -11$ ,  $x < \frac{11}{3}$ . 与えられた連立不等式を

解くと,  $x \leq \frac{13}{5}$  かつ  $x < \frac{11}{3}$  なので,  $x \leq \frac{13}{5}$ .

終

**例** 変数  $x$  に関する不等式  $6 \leq 3x \leq x+8$  を解く. この不等式は “  $6 \leq 3x$  かつ  $3x \leq x+8$  ” を意味する連立不等式である.

**例** 変数  $x$  に関する不等式  $6 \leq 3x \leq x+8$  を解く. この不等式は “  $6 \leq 3x$  かつ  $3x \leq x+8$  ” を意味する連立不等式である.

$$6 \leq 3x \iff x \geq 2, \quad 3x \leq x+8 \iff x \leq 4;$$

**例** 変数  $x$  に関する不等式  $6 \leq 3x \leq x+8$  を解く. この不等式は “  $6 \leq 3x$  かつ  $3x \leq x+8$  ” を意味する連立不等式である.

$$6 \leq 3x \iff x \geq 2, \quad 3x \leq x+8 \iff x \leq 4;$$

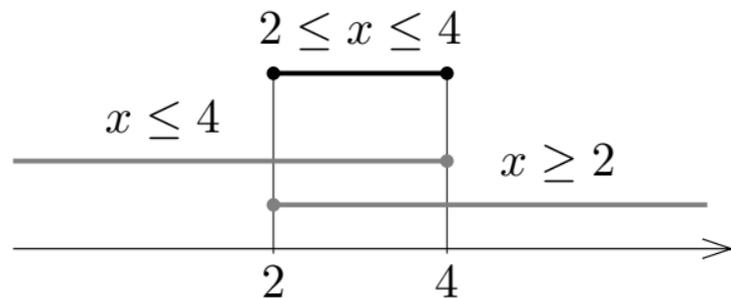
よって,

$$6 \leq 3x \leq x+8$$

$$\iff 6 \leq 3x \text{ かつ } 3x \leq x+8$$

$$\iff x \geq 2 \text{ かつ } x \leq 4$$

$$\iff 2 \leq x \leq 4 \quad .$$



**例** 変数  $x$  に関する不等式  $6 \leq 3x \leq x+8$  を解く. この不等式は “  $6 \leq 3x$  かつ  $3x \leq x+8$  ” を意味する連立不等式である.

$$6 \leq 3x \iff x \geq 2, \quad 3x \leq x+8 \iff x \leq 4;$$

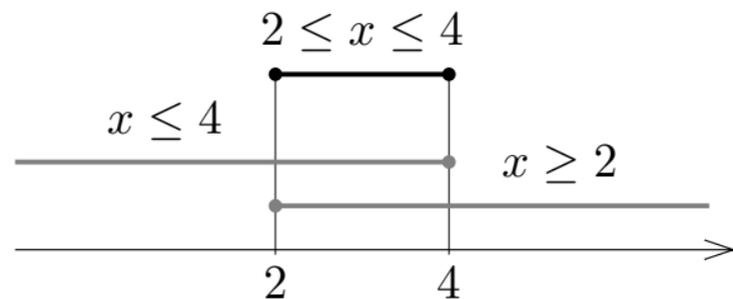
よって,

$$6 \leq 3x \leq x+8$$

$$\iff 6 \leq 3x \text{ かつ } 3x \leq x+8$$

$$\iff x \geq 2 \text{ かつ } x \leq 4$$

$$\iff 2 \leq x \leq 4 .$$



故に, 連立不等式  $6 \leq 3x \leq x+8$  を解くと  $2 \leq x \leq 4$  .

**例** 変数  $x$  に関する不等式  $6 \leq 3x \leq x+8$  を解く. この不等式は “  $6 \leq 3x$  かつ  $3x \leq x+8$  ” を意味する連立不等式である.

$$6 \leq 3x \iff x \geq 2, \quad 3x \leq x+8 \iff x \leq 4;$$

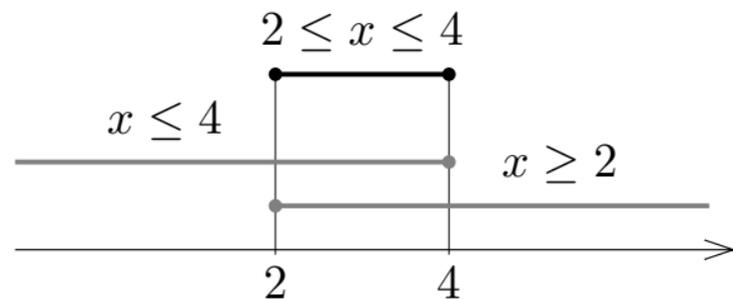
よって,

$$6 \leq 3x \leq x+8$$

$$\iff 6 \leq 3x \text{ かつ } 3x \leq x+8$$

$$\iff x \geq 2 \text{ かつ } x \leq 4$$

$$\iff 2 \leq x \leq 4 .$$



故に, 連立不等式  $6 \leq 3x \leq x+8$  を解くと  $2 \leq x \leq 4$ . 連立不等式  $6 \leq 3x \leq x+8$  の解集合は,  $6 \leq 3x$  の解集合  $[2, \infty)$  と  $3x \leq x+8$  の解集合  $(-\infty, 4]$  とに共通する区間  $[2, 4]$  である. 終

**例** 変数  $y$  に関する連立不等式  $4y - 6 \leq y - 3 < 5 - y$  を解く.

**例** 変数  $y$  に関する連立不等式  $4y - 6 \leq y - 3 < 5 - y$  を解く. 不等式

$4y - 6 \leq y - 3$  を解くと,  $3y \leq 3$ ,

$y \leq 1$ .

**例** 変数  $y$  に関する連立不等式  $4y - 6 \leq y - 3 < 5 - y$  を解く. 不等式

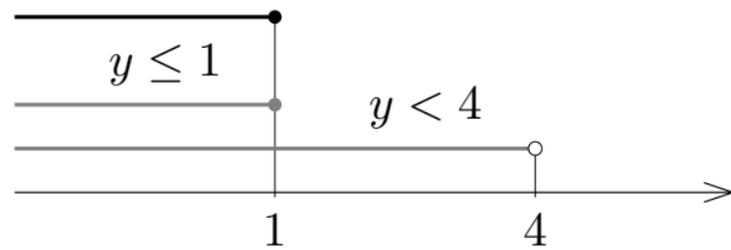
$4y - 6 \leq y - 3$  を解くと,  $3y \leq 3$ ,

$y \leq 1$ . 不等式  $y - 3 < 5 - y$  を解く

と,  $2y < 8$ ,  $y < 4$ .

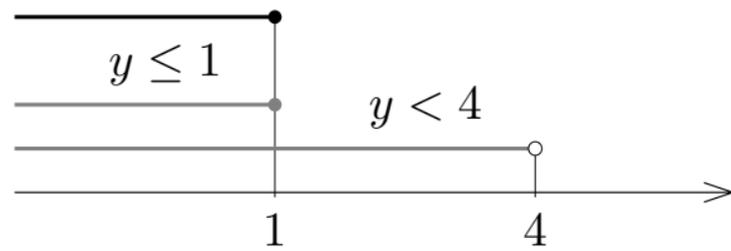
**例** 変数  $y$  に関する連立不等式  $4y - 6 \leq y - 3 < 5 - y$  を解く. 不等式

$4y - 6 \leq y - 3$  を解くと,  $3y \leq 3$ ,  
 $y \leq 1$ . 不等式  $y - 3 < 5 - y$  を解く  
と,  $2y < 8$ ,  $y < 4$ .  $y \leq 1$  かつ  
 $y < 4$  ということは  $y \leq 1$  というこ  
とである.



**例** 変数  $y$  に関する連立不等式  $4y - 6 \leq y - 3 < 5 - y$  を解く. 不等式

$4y - 6 \leq y - 3$  を解くと,  $3y \leq 3$ ,  
 $y \leq 1$ . 不等式  $y - 3 < 5 - y$  を解く  
と,  $2y < 8$ ,  $y < 4$ .  $y \leq 1$  かつ  
 $y < 4$  ということは  $y \leq 1$  というこ  
とである. 従って, 与えられた連立不等式を解くと  $y \leq 1$ .



**終**

**問5.7.3** 変数  $y$  に関する連立不等式  $3y - 5 < y - 2 \leq 3 - 2y$  を解け.

不等式  $3y - 5 < y - 2$  を解くと,  $y < 3/2$  ,  $y < 3/2$  . 不等式  $y - 2 \leq 3 - 2y$

を解くと,  $y \leq 5/3$  ,  $y \leq 5/3$  . 従って, 与えられた連立不等式を解くと,

$y < 3/2$  かつ  $y \leq 5/3$  ,

**問5.7.3** 変数  $y$  に関する連立不等式  $3y - 5 < y - 2 \leq 3 - 2y$  を解け.

不等式  $3y - 5 < y - 2$  を解くと,  $2y < 3$ ,  $y < \frac{3}{2}$ . 不等式  $y - 2 \leq 3 - 2y$

を解くと,  $3y \leq 5$ ,  $y \leq \frac{5}{3}$ . 従って, 与えられた連立不等式を解くと,

$y < \frac{3}{2}$  かつ  $y \leq \frac{5}{3}$ , つまり  $y < \frac{3}{2}$ .

終

例 変数  $a$  に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 4a + 1 \leq 9 \\ 3a - 7 \geq 8 \end{cases} .$$

**例** 変数  $a$  に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 4a + 1 \leq 9 \\ 3a - 7 \geq 8 \end{cases} .$$
 不等式  $4a + 1 \leq 9$   
解くと、 $4a \leq 8$  ,  $a \leq 2$  .

例 変数  $a$  に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 4a + 1 \leq 9 \\ 3a - 7 \geq 8 \end{cases} . \quad \text{不等式 } 4a + 1 \leq 9$$

解くと、 $4a \leq 8$ 、 $a \leq 2$  . 不等

式  $3a - 7 \geq 8$  を解くと、 $3a \geq 15$ 、

$a \geq 5$  .

**例** 変数  $a$  に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 4a + 1 \leq 9 \\ 3a - 7 \geq 8 \end{cases} . \text{ 不等式 } 4a + 1 \leq 9$$

解くと、 $4a \leq 8$ 、 $a \leq 2$  . 不等式  $3a - 7 \geq 8$  を解くと、 $3a \geq 15$ 、 $a \geq 5$  . 従って、与えられた連立不等式を解くと、 $a \leq 2$  かつ  $a \geq 5$  .



例 変数  $a$  に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 4a + 1 \leq 9 \\ 3a - 7 \geq 8 \end{cases} . \text{ 不等式 } 4a + 1 \leq 9$$

解くと、 $4a \leq 8$ 、 $a \leq 2$  . 不等式  $3a - 7 \geq 8$  を解くと、 $3a \geq 15$ 、 $a \geq 5$  . 従って、与えられた連立不等式を解くと、 $a \leq 2$  かつ  $a \geq 5$  . このような実数  $a$  は無い.



**例** 変数  $a$  に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 4a + 1 \leq 9 \\ 3a - 7 \geq 8 \end{cases} . \text{ 不等式 } 4a + 1 \leq 9$$

解くと、 $4a \leq 8$ 、 $a \leq 2$  . 不等式  $3a - 7 \geq 8$  を解くと、 $3a \geq 15$ 、 $a \geq 5$  . 従って、与えられた連立不等式を解くと、 $a \leq 2$  かつ  $a \geq 5$  . このような実数  $a$  は無い . 故に、与えられた連立不等式の解は無い .



**終**

問5.7.4 変数  $c$  に関する次の連立不等式を解け：
$$\begin{cases} 4c - 2 > 3 \\ 3c + 4 < 6 \end{cases} .$$

不等式  $4c - 2 > 3$  を解くと、 $c > \frac{5}{4}$ 、 $c$  . 不等式  $3c + 4 < 6$  を解くと、 $c < \frac{2}{3}$ 、 $c$  . 従って、与えられた連立不等式を解くと、 $c$  かつ  $c$  ; 故に、

問5.7.4 変数  $c$  に関する次の連立不等式を解け：
$$\begin{cases} 4c - 2 > 3 \\ 3c + 4 < 6 \end{cases} .$$

不等式  $4c - 2 > 3$  を解くと、 $4c > 5$ 、 $c > \frac{5}{4}$  . 不等式  $3c + 4 < 6$  を解くと、 $3c < 2$ 、 $c < \frac{2}{3}$  . 従って、与えられた連立不等式を解くと、 $c > \frac{5}{4}$  かつ  $c < \frac{2}{3}$  ; このような実数  $c$  は無い. 故に、与えられた連立不等式の解は無い.

終