

5.7 連立1次不等式の解法

5.1 節で述べたように，変数 x に関する不等式は x の値に関する条件を表す．複数の不等式に対して，各々が表す条件を“かつ”で結んだ条件を考えると，それらの不等式を連立するという．

例 変数 x に関する 2 個の不等式 $x + 7 \geq 5$ と $2x < 6$ とを連立するとき次のように表す：

$$\begin{cases} x + 7 \geq 5 \\ 2x < 6 \end{cases} .$$

例 変数 x に関する 2 個の不等式 $x + 7 \geq 5$ と $2x < 6$ とを連立するとき次のように表す：

$$\begin{cases} x + 7 \geq 5 \\ 2x < 6 \end{cases} .$$

この連立不等式は x の値に関する条件 “ $x + 7 \geq 5$ かつ $2x < 6$ ” を表す.

例 変数 x に関する 2 個の不等式 $x + 7 \geq 5$ と $2x < 6$ とを連立するとき次のように表す：

$$\begin{cases} x + 7 \geq 5 \\ 2x < 6 \end{cases} .$$

この連立不等式は x の値に関する条件 “ $x + 7 \geq 5$ かつ $2x < 6$ ” を表す.

$$x + 7 \geq 5 \iff x \geq -2, \quad 2x < 6 \iff x < 3 ;$$

例 変数 x に関する 2 個の不等式 $x + 7 \geq 5$ と $2x < 6$ とを連立するとき次のように表す：

$$\begin{cases} x + 7 \geq 5 \\ 2x < 6 \end{cases} .$$

この連立不等式は x の値に関する条件 “ $x + 7 \geq 5$ かつ $2x < 6$ ” を表す.

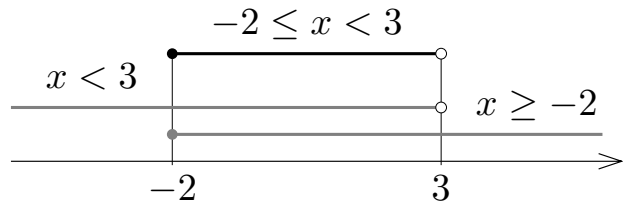
$$x + 7 \geq 5 \iff x \geq -2, \quad 2x < 6 \iff x < 3 ;$$

従って,

$$x + 7 \geq 5 \text{ かつ } 2x < 6$$

$$\iff x \geq -2 \text{ かつ } x < 3$$

$$\iff -2 \leq x < 3 .$$



例 変数 x に関する 2 個の不等式 $x + 7 \geq 5$ と $2x < 6$ とを連立するとき次のように表す：

$$\begin{cases} x + 7 \geq 5 \\ 2x < 6 \end{cases} .$$

この連立不等式は x の値に関する条件 “ $x + 7 \geq 5$ かつ $2x < 6$ ” を表す。

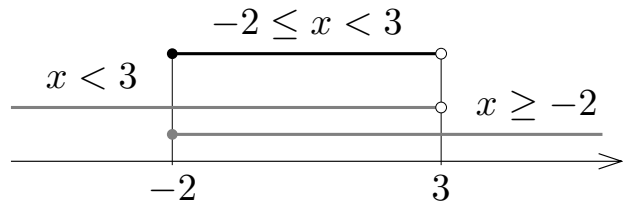
$$x + 7 \geq 5 \iff x \geq -2, \quad 2x < 6 \iff x < 3 ;$$

従って,

$$x + 7 \geq 5 \text{ かつ } 2x < 6$$

$$\iff x \geq -2 \text{ かつ } x < 3$$

$$\iff -2 \leq x < 3 .$$



与えられた不等式を解くと $-2 \leq x < 3$.

例 変数 x に関する 2 個の不等式 $x + 7 \geq 5$ と $2x < 6$ とを連立するとき次のように表す：

$$\begin{cases} x + 7 \geq 5 \\ 2x < 6 \end{cases} .$$

この連立不等式は x の値に関する条件 “ $x + 7 \geq 5$ かつ $2x < 6$ ” を表す.

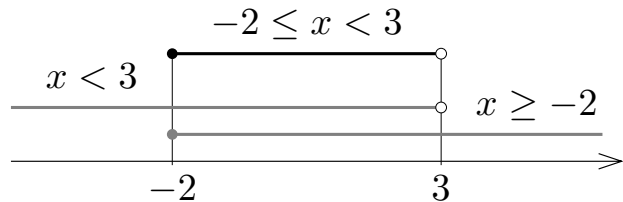
$$x + 7 \geq 5 \iff x \geq -2, \quad 2x < 6 \iff x < 3 ;$$

従って,

$$x + 7 \geq 5 \text{ かつ } 2x < 6$$

$$\iff x \geq -2 \text{ かつ } x < 3$$

$$\iff -2 \leq x < 3 .$$



与えられた不等式を解くと $-2 \leq x < 3$. よって, x に関する連立不等式 $\begin{cases} x + 7 \geq 5 \\ 2x < 6 \end{cases}$ の解集合は, 不等式 $x + 7 \geq 5$ の解集合 $[-2, \infty)$ と不等式 $2x < 6$ の解集合 $(-\infty, 3)$ との共通部分の $[-2, 3)$ である. 終

例 変数 x に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 5x - 6 > 3x + 4 \\ x + 8 < 4x + 2 \end{cases} .$$

例 変数 x に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 5x - 6 > 3x + 4 \\ x + 8 < 4x + 2 \end{cases} \quad \text{不等式}$$

$5x - 6 > 3x + 4$ を解くと、 $2x > 10$ ， $x > 5$.

例 変数 x に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 5x - 6 > 3x + 4 \\ x + 8 < 4x + 2 \end{cases} \quad \text{不等式}$$
$$5x - 6 > 3x + 4 \text{ を解くと, } 2x > 10, \quad x > 5. \quad \text{不等式 } x + 8 < 4x + 2 \text{ を解くと, } -3x < -6, \quad x > 2.$$

例 変数 x に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 5x - 6 > 3x + 4 \\ x + 8 < 4x + 2 \end{cases} \quad \text{不等式}$$

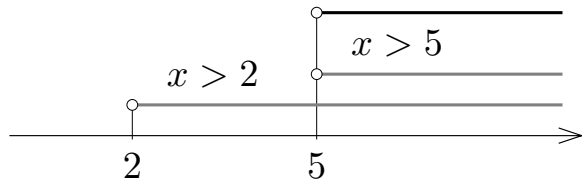
$5x - 6 > 3x + 4$ を解くと、 $2x > 10$ ， $x > 5$ ．不等式 $x + 8 < 4x + 2$ を解

くと、 $-3x < -6$ ， $x > 2$ ． $x > 5$

かつ $x > 2$ ということは、 $x > 5$ と

いうことである．

$$x > 5 \text{ かつ } x > 2 \iff x > 5 .$$



例 変数 x に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 5x - 6 > 3x + 4 \\ x + 8 < 4x + 2 \end{cases} \quad \text{不等式}$$

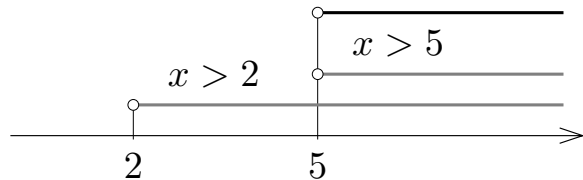
$5x - 6 > 3x + 4$ を解くと、 $2x > 10$ ， $x > 5$ ．不等式 $x + 8 < 4x + 2$ を解

くと、 $-3x < -6$ ， $x > 2$ ． $x > 5$

かつ $x > 2$ ということは、 $x > 5$ と

いうことである．

$$x > 5 \text{ かつ } x > 2 \iff x > 5 .$$



故に与えられた連立不等式を解くと $x > 5$ ．

終

問5.7.1 変数 x に関する連立不等式 $\begin{cases} x - 2 > 7 - 3x \\ 2x + 3 \geq 5x - 4 \end{cases}$ を解け.

不等式 $x - 2 > 7 - 3x$ を解くと, $x > 3$. 不等式 $2x + 3 \geq 5x - 4$

を解くと, $x \leq 1$, x . 与えられた連立不等式を解くと, x か

つ x ないので, .

問5.7.1 変数 x に関する連立不等式 $\begin{cases} x - 2 > 7 - 3x \\ 2x + 3 \geq 5x - 4 \end{cases}$ を解け.

不等式 $x - 2 > 7 - 3x$ を解くと, $4x > 9$, $x > \frac{9}{4}$. 不等式 $2x + 3 \geq 5x - 4$

を解くと, $-3x \geq -7$, $x \leq \frac{7}{3}$. 与えられた連立不等式を解くと, $x > \frac{9}{4}$ か

つ $x \leq \frac{7}{3}$ なので, $\frac{9}{4} < x \leq \frac{7}{3}$.

終

問5.7.2 変数 x に関する連立不等式 $\begin{cases} 4x - 7 \leq 6 - x \\ 2x + 3 > 5x - 8 \end{cases}$ を解け.

不等式 $4x - 7 \leq 6 - x$ を解くと, $x \leq 13$, x . 不等式

$2x + 3 > 5x - 8$ を解くと, $x > 11$, x . 与えられた連立不等式を

解くと, $x > 11$ かつ $x \leq 13$ なので, $11 < x \leq 13$.

問5.7.2 変数 x に関する連立不等式 $\begin{cases} 4x - 7 \leq 6 - x \\ 2x + 3 > 5x - 8 \end{cases}$ を解け.

不等式 $4x - 7 \leq 6 - x$ を解くと, $5x \leq 13$, $x \leq \frac{13}{5}$. 不等式

$2x + 3 > 5x - 8$ を解くと, $-3x > -11$, $x < \frac{11}{3}$. 与えられた連立不等式を

解くと, $x \leq \frac{13}{5}$ かつ $x < \frac{11}{3}$ なので, $x \leq \frac{13}{5}$.

終

例 変数 x に関する不等式 $6 \leq 3x \leq x+8$ を解く. この不等式は “ $6 \leq 3x$ かつ $3x \leq x+8$ ” を意味する連立不等式である.

例 変数 x に関する不等式 $6 \leq 3x \leq x+8$ を解く. この不等式は “ $6 \leq 3x$ かつ $3x \leq x+8$ ” を意味する連立不等式である.

$$6 \leq 3x \iff x \geq 2, \quad 3x \leq x+8 \iff x \leq 4;$$

例 変数 x に関する不等式 $6 \leq 3x \leq x+8$ を解く. この不等式は “ $6 \leq 3x$ かつ $3x \leq x+8$ ” を意味する連立不等式である.

$$6 \leq 3x \iff x \geq 2, \quad 3x \leq x+8 \iff x \leq 4;$$

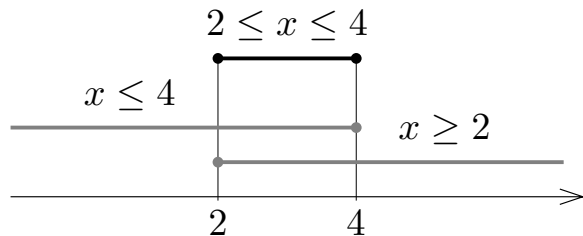
よって,

$$6 \leq 3x \leq x+8$$

$$\iff 6 \leq 3x \text{ かつ } 3x \leq x+8$$

$$\iff x \geq 2 \text{ かつ } x \leq 4$$

$$\iff 2 \leq x \leq 4 .$$



例 変数 x に関する不等式 $6 \leq 3x \leq x+8$ を解く. この不等式は “ $6 \leq 3x$ かつ $3x \leq x+8$ ” を意味する連立不等式である.

$$6 \leq 3x \iff x \geq 2, \quad 3x \leq x+8 \iff x \leq 4;$$

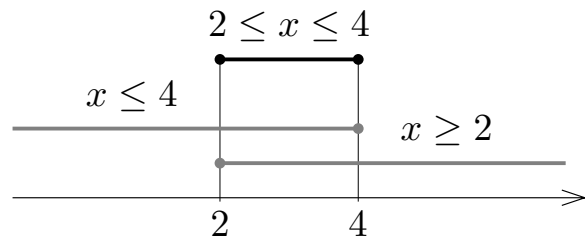
よって,

$$6 \leq 3x \leq x+8$$

$$\iff 6 \leq 3x \text{ かつ } 3x \leq x+8$$

$$\iff x \geq 2 \text{ かつ } x \leq 4$$

$$\iff 2 \leq x \leq 4 .$$



故に, 連立不等式 $6 \leq 3x \leq x+8$ を解くと $2 \leq x \leq 4$.

例 変数 x に関する不等式 $6 \leq 3x \leq x+8$ を解く. この不等式は “ $6 \leq 3x$ かつ $3x \leq x+8$ ” を意味する連立不等式である.

$$6 \leq 3x \iff x \geq 2, \quad 3x \leq x+8 \iff x \leq 4;$$

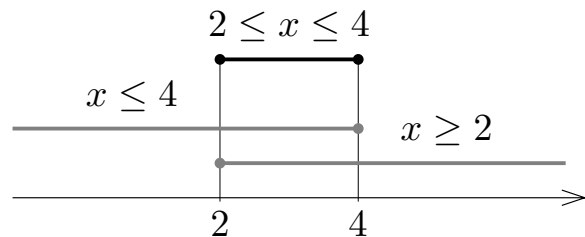
よって,

$$6 \leq 3x \leq x+8$$

$$\iff 6 \leq 3x \text{ かつ } 3x \leq x+8$$

$$\iff x \geq 2 \text{ かつ } x \leq 4$$

$$\iff 2 \leq x \leq 4 .$$



故に, 連立不等式 $6 \leq 3x \leq x+8$ を解くと $2 \leq x \leq 4$. 連立不等式 $6 \leq 3x \leq x+8$ の解集合は, $6 \leq 3x$ の解集合 $[2, \infty)$ と $3x \leq x+8$ の解集合 $(-\infty, 4]$ とに共通する区間 $[2, 4]$ である. 終

例 変数 y に関する連立不等式 $4y - 6 \leq y - 3 < 5 - y$ を解く.

例 変数 y に関する連立不等式 $4y - 6 \leq y - 3 < 5 - y$ を解く. 不等式

$4y - 6 \leq y - 3$ を解くと, $3y \leq 3$,

$y \leq 1$.

例 変数 y に関する連立不等式 $4y - 6 \leq y - 3 < 5 - y$ を解く. 不等式

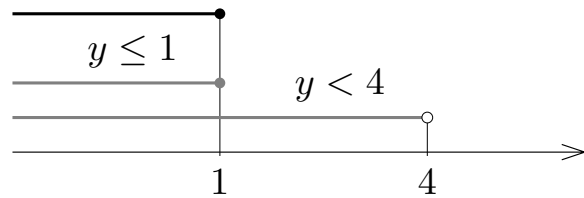
$4y - 6 \leq y - 3$ を解くと, $3y \leq 3$,

$y \leq 1$. 不等式 $y - 3 < 5 - y$ を解く

と, $2y < 8$, $y < 4$.

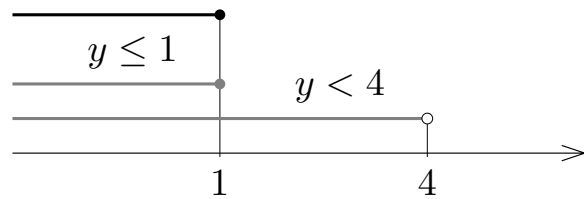
例 変数 y に関する連立不等式 $4y - 6 \leq y - 3 < 5 - y$ を解く. 不等式

$4y - 6 \leq y - 3$ を解くと, $3y \leq 3$,
 $y \leq 1$. 不等式 $y - 3 < 5 - y$ を解く
と, $2y < 8$, $y < 4$. $y \leq 1$ かつ
 $y < 4$ ということは $y \leq 1$ というこ
とである.



例 変数 y に関する連立不等式 $4y - 6 \leq y - 3 < 5 - y$ を解く. 不等式

$4y - 6 \leq y - 3$ を解くと, $3y \leq 3$,
 $y \leq 1$. 不等式 $y - 3 < 5 - y$ を解く
と, $2y < 8$, $y < 4$. $y \leq 1$ かつ
 $y < 4$ ということは $y \leq 1$ とい
うことである. 従って, 与えられた連立不等式を解くと $y \leq 1$.



終

問5.7.3 変数 y に関する連立不等式 $3y - 5 < y - 2 \leq 3 - 2y$ を解け.

不等式 $3y - 5 < y - 2$ を解くと, $y < 3/2$, $y < 3/2$. 不等式 $y - 2 \leq 3 - 2y$

を解くと, $y \leq 5/3$, $y \leq 5/3$. 従って, 与えられた連立不等式を解くと,

$y < 3/2$ かつ $y \leq 5/3$,

問5.7.3 変数 y に関する連立不等式 $3y - 5 < y - 2 \leq 3 - 2y$ を解け.

不等式 $3y - 5 < y - 2$ を解くと, $2y < 3$, $y < \frac{3}{2}$. 不等式 $y - 2 \leq 3 - 2y$ を解くと, $3y \leq 5$, $y \leq \frac{5}{3}$. 従って, 与えられた連立不等式を解くと, $y < \frac{3}{2}$ かつ $y \leq \frac{5}{3}$, つまり $y < \frac{3}{2}$. 終

例 変数 a に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 4a + 1 \leq 9 \\ 3a - 7 \geq 8 \end{cases} .$$

例 変数 a に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 4a + 1 \leq 9 \\ 3a - 7 \geq 8 \end{cases} .$$
 不等式 $4a + 1 \leq 9$
解くと、 $4a \leq 8$, $a \leq 2$.

例 変数 a に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 4a + 1 \leq 9 \\ 3a - 7 \geq 8 \end{cases} . \quad \text{不等式 } 4a + 1 \leq 9$$

解くと、 $4a \leq 8$ 、 $a \leq 2$. 不等

式 $3a - 7 \geq 8$ を解くと、 $3a \geq 15$ 、

$a \geq 5$.

例 変数 a に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 4a + 1 \leq 9 \\ 3a - 7 \geq 8 \end{cases} . \text{ 不等式 } 4a + 1 \leq 9$$

解くと、 $4a \leq 8$ 、 $a \leq 2$. 不等式 $3a - 7 \geq 8$ を解くと、 $3a \geq 15$ 、 $a \geq 5$. 従って、与えられた連立不等式を解くと、 $a \leq 2$ かつ $a \geq 5$.



例 変数 a に関する次の連立不等式を解く：
$$\begin{cases} 4a + 1 \leq 9 \\ 3a - 7 \geq 8 \end{cases} . \text{ 不等式 } 4a + 1 \leq 9$$

解くと、 $4a \leq 8$ 、 $a \leq 2$. 不等式 $3a - 7 \geq 8$ を解くと、 $3a \geq 15$ 、 $a \geq 5$. 従って、与えられた連立不等式を解くと、 $a \leq 2$ かつ $a \geq 5$. このような実数 a は無い.



例 変数 a に関する次の連立不等式を解く： $\begin{cases} 4a + 1 \leq 9 \\ 3a - 7 \geq 8 \end{cases}$. 不等式 $4a + 1 \leq 9$

解くと、 $4a \leq 8$, $a \leq 2$. 不等

式 $3a - 7 \geq 8$ を解くと、 $3a \geq 15$,

$a \geq 5$. 従って、与えられた連立不等

式を解くと、 $a \leq 2$ かつ $a \geq 5$. こ

のような実数 a は無い. 故に、与えられた連立不等式の解は無い.



終

問5.7.4 変数 c に関する次の連立不等式を解け：
$$\begin{cases} 4c - 2 > 3 \\ 3c + 4 < 6 \end{cases} .$$

不等式 $4c - 2 > 3$ を解くと、 $c > \frac{5}{4}$ 、 $c > 1.25$. 不等式 $3c + 4 < 6$ を解く

と、 $c < \frac{2}{3}$ 、 $c < 0.666\dots$. 従って、与えられた連立不等式を解くと、 c かつ

$c < \frac{2}{3}$; 故に、

問5.7.4 変数 c に関する次の連立不等式を解け：
$$\begin{cases} 4c - 2 > 3 \\ 3c + 4 < 6 \end{cases} .$$

不等式 $4c - 2 > 3$ を解くと、 $4c > 5$ 、 $c > \frac{5}{4}$. 不等式 $3c + 4 < 6$ を解くと、 $3c < 2$ 、 $c < \frac{2}{3}$. 従って、与えられた連立不等式を解くと、 $c > \frac{5}{4}$ かつ $c < \frac{2}{3}$; このような実数 c は無い. 故に、与えられた連立不等式の解は無い.

終