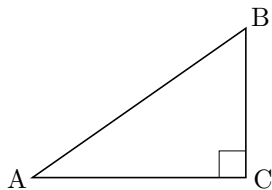


7.0 座標平面の線分の長さ

[ピタゴラスの定理 (三平方の定理)]

相異なる 3 点 A, B, C を頂点とする
三角形 ABC において角 ACB が直
角であるとき,

$$\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 .$$



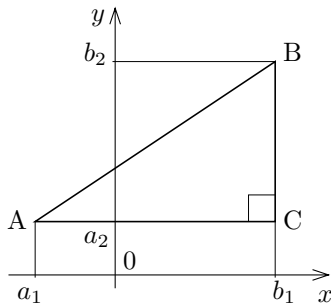
ピタゴラスの定理より次の定理が導かれる.

[定理 7.0] 座標平面において, 点 $A = (a_1, a_2)$ と点 $B = (b_1, b_2)$ とを結ぶ線分 AB の長さ $\overline{AB}$ は

$$\overline{AB}^2 = (a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 .$$

証明 点 $A = (a_1, a_2)$ 及び点 $B = (b_1, b_2)$ に対して, 座標平面の点 $C = (b_1, a_2)$ をとる. 線分 AC は x 軸と平行であり, 線分 BC は y 軸と平行である. x 軸と y 軸とは垂直に交わるので, 三角形 ABC は $\angle ACB$ を直角とする直角三角形である. 従って, ピタゴラスの定理により,

$$\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 .$$



$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 .$$

$A = (a_1, a_2)$, $C = (b_1, a_2)$ なので, 定理 2.7.7
により $\overline{AC} = |a_1 - b_1|$, 定理 2.7.5 により

$$\overline{AC}^2 = |a_1 - b_1|^2 = (a_1 - b_1)^2 .$$

$B = (b_1, b_2)$, $C = (b_1, b_2)$ なので, 定理 2.7.7
により $\overline{BC} = |a_2 - b_2|$, 定理 2.7.5 により

$$\overline{BC}^2 = |a_2 - b_2|^2 = (a_2 - b_2)^2 .$$

故に,

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = (a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 .$$

終

[定理 2.7.7] 数直線上の任意の実数 a と b について, a と b との間の距離
は $|a - b|$ である.

[定理 2.7.5] 任意の実数 a について $|a|^2 = a^2$.

