7.1 関数の概念

変数 y が変数 x の関数であるとは,

変数 y が変数 x の関数であるとは，x の値を定めるとそれに応じて y の値が唯一つに定まることであった．ここでは更に抽象的な関数の捉え方を述べる．

$\boxed{例}$ 実数を表す変数 x と y とについて，$y = x^2$ となるとき，x の値を定めると y の値が唯一つに定まるので，変数 y は変数 x の関数である．

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x と y とについて， $y = x^2$ となるとき，x の値を定めると y の値が唯一つに定まるので，変数 y は変数 x の関数である．この関数 $y = x^2$ は，次のように，x の値に対して y の値を唯一つ定める：

$$
\begin{gathered}
x = 2 \text{ のとき } y = 4 \text{ なので，} x \text{ の値 } 2 \text{ に対して } y \text{ の値 } 4 \text{ を定める；} \\
x = 3 \text{ のとき } y = 9 \text{ なので，} x \text{ の値 } 3 \text{ に対して } y \text{ の値 } 9 \text{ を定める；} \\
x = 4 \text{ のとき } y = 16 \text{ なので，} x \text{ の値 } 4 \text{ に対して } y \text{ の値 } 16 \text{ を定める；} \\
\vdots \qquad .
\end{gathered}
$$

例 実数を表す変数 x と y とについて，$y=x^2$ となるとき，x の値を定めると y の値が唯一つに定まるので，変数 y は変数 x の関数である．この関数 $y=x^2$ は，次のように，x の値に対して y の値を唯一つ定める：

$x=2$ のとき $y=4$ なので，x の値 2 に対して y の値 4 を定める；

$x=3$ のとき $y=9$ なので，x の値 3 に対して y の値 9 を定める；

$x=4$ のとき $y=16$ なので，x の値 4 に対して y の値 16 を定める；

$$\vdots \qquad .$$

変数 x の関数 $y=x^2$ の本質は次のような対応である：

2 に対して 4 を定める；

3 に対して 9 を定める；

4 に対して 16 を定める；

$$\vdots \qquad .$$

例 実数を表す変数 x と y とについて，$y = x^2$ となるとき，x の値を定めると y の値が唯一つに定まるので，変数 y は変数 x の関数である．この関数 $y = x^2$ は，次のように，x の値に対して y の値を唯一つ定める：

$x = 2$ のとき $y = 4$ なので，x の値 2 に対して y の値 4 を定める；

$x = 3$ のとき $y = 9$ なので，x の値 3 に対して y の値 9 を定める；

$x = 4$ のとき $y = 16$ なので，x の値 4 に対して y の値 16 を定める；

$$\vdots \quad .$$

変数 x の関数 $y = x^2$ の本質は次のような対応である：

2 に対して 4 を定める；

3 に対して 9 を定める；

4 に対して 16 を定める；

$$\vdots \quad .$$

これからは，このような対応を関数と考える． 終

ある範囲の対象の各々に対して唯一つの対象を定める対応を関数といい，元の対象の範囲を定義域という．関数は一般的に次のように定義される．

定義　定義域が集合 S である関数とは，集合 S の要素の各々に対して唯一つの対象を定める対応のことである．

ある範囲の対象の各々に対して唯一つの対象を定める対応を関数といい，元の対象の範囲を定義域という．関数は一般的に次のように定義される．

定義　定義域が集合 S である関数とは，集合 S の要素の各々に対して唯一つの対象を定める対応のことである．

数学では関数も一つの対象として扱う．関数をよく f とか g とか φ とか ψ とかの文字で表す．

　ある範囲の対象の各々に対して唯一つの対象を定める対応を関数といい，元の対象の範囲を定義域という．関数は一般的に次のように定義される．

定義　定義域が集合 S である関数とは，集合 S の要素の各々に対して唯一つの対象を定める対応のことである．

　数学では関数も一つの対象として扱う．関数をよく f とか g とか φ とか ψ とかの文字で表す．関数 f は定義域の各要素 a に対する対象を唯一つ定める；a に対して f が定める対象を，a における f の値といい，$f(a)$ と書き表す．

$\boxed{例}$ 定義域が集合 $\{1, 2, 3\}$ である関数 f は,

1 に対して 7 を定め,

2 に対して 5 を定め,

3 に対して 8 を定める

対応であるとする.

$\boxed{\text{例}}$ 定義域が集合 $\{1,2,3\}$ である関数 f は,

$$1 \text{ に対して } 7 \text{ を定め,}$$
$$2 \text{ に対して } 5 \text{ を定め,}$$
$$3 \text{ に対して } 8 \text{ を定める}$$

対応であるとする.

$$1 \text{ における } f \text{ の値は } 7 \text{ であり,}$$
$$2 \text{ における } f \text{ の値は } 5 \text{ であり,}$$
$$3 \text{ における } f \text{ の値は } 8 \text{ である.}$$

例 定義域が集合 $\{1,2,3\}$ である関数 f は,

1 に対して 7 を定め,
2 に対して 5 を定め,
3 に対して 8 を定める

対応であるとする.

1 における f の値は 7 であり,
2 における f の値は 5 であり,
3 における f の値は 8 である.

よって,

$$f(1)=7\ ,\qquad f(2)=5\ ,\qquad f(3)=8\ .$$

終

$\boxed{\text{例}}$ 定義域が実数全体である関数 f を $f(x) = x^2$ と定めることは，各実数 x における f の値 $f(x)$ を x^2 と定めることである.

$\boxed{\text{例}}$ 定義域が実数全体である関数 f を $f(x)=x^2$ と定めることは，各実数 x における f の値 $f(x)$ を x^2 と定めることである．この関数 f について，例えば，

$$3 \text{ における値は } f(3)=3^2=9 \text{ であり，}$$
$$-5 \text{ における値は } f(-5)=(-5)^2=25 \text{ であり，}$$
$$\frac{7}{4} \text{ における値は } f\left(\frac{7}{4}\right)=\left(\frac{7}{4}\right)^2=\frac{49}{16} \text{ である．}$$

$\boxed{\text{終}}$

$\boxed{\text{例}}$ 定義域が集合 $\{-2,0,2\}$ である関数 f と g とを次のように定める：

定義域 $\{-2,0,2\}$ の各要素 x に対して， $f(x)=4x$ ， $g(x)=x^3$ ．

$\boxed{\text{例}}$ 定義域が集合 $\{-2, 0, 2\}$ である関数 f と g とを次のように定める：

定義域 $\{-2, 0, 2\}$ の各要素 x に対して， $f(x) = 4x$ ， $g(x) = x^3$ ．

関数 f は，

-2 に対して $4 \cdot (-2) = -8$ を定め，

0 に対して $4 \cdot 0 = 0$ を定め，

2 に対して $4 \cdot 2 = 8$ を定める．

例 定義域が集合 $\{-2,0,2\}$ である関数 f と g とを次のように定める:

定義域 $\{-2,0,2\}$ の各要素 x に対して, $f(x)=4x$, $g(x)=x^3$.

関数 f は,

$$-2 \text{ に対して } 4\cdot(-2)=-8 \text{ を定め,}$$
$$0 \text{ に対して } 4\cdot 0=0 \text{ を定め,}$$
$$2 \text{ に対して } 4\cdot 2=8 \text{ を定める.}$$

関数 g は,

$$-2 \text{ に対して } (-2)^3=-8 \text{ を定め,}$$
$$0 \text{ に対して } 0^3=0 \text{ を定め,}$$
$$2 \text{ に対して } 2^3=8 \text{ を定める.}$$

例 定義域が集合 $\{-2,0,2\}$ である関数 f と g とを次のように定める：

定義域 $\{-2,0,2\}$ の各要素 x に対して， $f(x)=4x$ ， $g(x)=x^3$ ．

関数 f は，

-2 に対して $4\cdot(-2)=-8$ を定め，

0 に対して $4\cdot 0=0$ を定め，

2 に対して $4\cdot 2=8$ を定める．

関数 g は，

-2 に対して $(-2)^3=-8$ を定め，

0 に対して $0^3=0$ を定め，

2 に対して $2^3=8$ を定める．

このように f と g とは同じ対応である．よって f と g とは同じ関数である： $f=g$ ．

終

例 関数 f の定義域は実数全体であり，各実数 x に対して $f(x)=x^2-4x-5$ と定める．

$\boxed{\text{例}}$ 関数 f の定義域は実数全体であり，各実数 x に対して $f(x) = x^2 - 4x - 5$ と定める．6 における f の値は

$$f(6) = 6^2 - 4 \cdot 6 - 5 = 36 - 24 - 5 = 7 \ .$$

例 関数 f の定義域は実数全体であり，各実数 x に対して $f(x) = x^2 - 4x - 5$ と定める．6 における f の値は

$$f(6) = 6^2 - 4 \cdot 6 - 5 = 36 - 24 - 5 = 7 \ .$$

実数 a について $a + 3$ における f の値は

$$\begin{aligned} f(a+3) &= (a+3)^2 - 4(a+3) - 5 = a^2 + 6a + 9 - 4a - 12 - 5 \\ &= a^2 + 2a - 8 \ . \end{aligned}$$

終

$\boxed{\text{問 }7.1.1}$ 関数 f の定義域を実数全体として，各実数 x に対して $f(x) = x^3 - 4x^2$ と定める．a は実数とする．-2 における f の値と，$2-\sqrt{5}$ における f の値と，$a-2$ における f の値とを計算せよ．

-2 における f の値は

$$f(-2) = \qquad\qquad = \qquad\qquad = \qquad .$$

$2-\sqrt{5}$ における f の値は

$$\begin{aligned} f\left(2-\sqrt{5}\right) &= \\ &= \\ &= \\ &= \qquad . \end{aligned}$$

$a-2$ における f の値は

$$\begin{aligned} f(a-2) &= \qquad\qquad = \\ &= \qquad\qquad . \end{aligned}$$

$\boxed{\text{終}}$

$\boxed{\text{問}7.1.1}$ 関数 f の定義域を実数全体として，各実数 x に対して $f(x)=x^3-4x^2$ と定める． a は実数とする． -2 における f の値と， $2-\sqrt{5}$ における f の値と， $a-2$ における f の値とを計算せよ．

-2 における f の値は

$$f(-2)=(-2)^3-4(-2)^2=-8-16=-24\ .$$

$2-\sqrt{5}$ における f の値は

$$\begin{aligned}f\big(2-\sqrt{5}\big)&=\big(2-\sqrt{5}\big)^3-4\big(2-\sqrt{5}\big)\\&=2^3-3\cdot 2^2\sqrt{5}+3\cdot 2\sqrt{5}^{\,2}-\sqrt{5}^{\,3}-4\big(2^2-2\cdot 2\sqrt{5}+\sqrt{5}^{\,2}\big)\\&=8-12\sqrt{5}+30-5\sqrt{5}-16+16\sqrt{5}-20\\&=2-\sqrt{5}\ .\end{aligned}$$

$a-2$ における f の値は

$$\begin{aligned}f(a-2)&=(a-2)^3-4(a-2)^2=a^3-3a^22+3a2^2-2^3-4(a^2-2\cdot 2a+2^2)\\&=a^3-10a+28a-24\ .\end{aligned}$$

$\boxed{\text{終}}$

$\boxed{問7.1.1}$ 関数 g の定義域を実数全体として，各実数 x における g の値を x 以下の最大の整数と定める．$-\dfrac{19}{3}$ における g の値と $3\sqrt{6}$ における g の値とを計算せよ．

問7.1.1 関数 g の定義域を実数全体として，各実数 x における g の値を x 以下の最大の整数と定める． $-\dfrac{19}{3}$ における g の値と $3\sqrt{6}$ における g の値とを計算せよ．

$-\dfrac{19}{3}=-7+\dfrac{2}{3}$ なので， $-\dfrac{19}{3}$ における g の値は $g\left(-\dfrac{19}{3}\right)=-7$ ．

$\left(3\sqrt{6}\right)^2=3^2\cdot 6=54$ なので， $7^2=49<\left(3\sqrt{6}\right)^2<64=8^2$ ， $7<3\sqrt{6}<8$ ．
よって $3\sqrt{6}$ における g の値は $g\left(3\sqrt{6}\right)=7$ ． 終

関数 f の定義域の要素を表す変数を f の独立変数という. “ 関数 $f(x)$ ” とは関数 f の独立変数を x とすることを意味する.

関数 f の定義域の要素を表す変数を f の独立変数という．“ 関数 $f(x)$ ” とは関数 f の独立変数を x とすることを意味する．具体的な関数として，例えば “ 関数 x^3 ” とは，実数 x に対して x^3 を定める関数のこと，つまり，実数 x について $f(x) = x^3$ となる関数 f のことである．

関数 f の定義域の要素を表す変数を f の独立変数という．“ 関数 $f(x)$ ” とは関数 f の独立変数を x とすることを意味する．具体的な関数として，例えば “ 関数 x^3 ” とは，実数 x に対して x^3 を定める関数のこと，つまり，実数 x について $f(x) = x^3$ となる関数 f のことである．また，独立変数 x の値における関数 f の値 $f(x)$ を表す変数を f の従属変数という．つまり独立変数 x に対する f の従属変数は $y = f(x)$ とする変数 y のことである．

関数 f の定義域の要素を表す変数を f の独立変数という．“関数 $f(x)$ ” とは関数 f の独立変数を x とすることを意味する．具体的な関数として，例えば “関数 x^3 ” とは，実数 x に対して x^3 を定める関数のこと，つまり，実数 x について $f(x)=x^3$ となる関数 f のことである．また，独立変数 x の値における関数 f の値 $f(x)$ を表す変数を f の従属変数という．つまり独立変数 x に対する f の従属変数は $y=f(x)$ とする変数 y のことである．独立変数 x における関数 f の従属変数を y とおくとき，“関数 $y=f(x)$ ” という．例えば，“関数 $y=3x-2$ ” とは，独立変数 x に対して従属変数 y が $y=3x-2$ となる関数を意味する．

特殊な関数として，関数の値が常に同じである関数を定数関数という．つまり，関数 f が定数関数であるとは，f の定義域の任意の要素 u と v とについて $f(u) = f(v)$ となることである．

特殊な関数として，関数の値が常に同じである関数を定数関数という．つまり，関数 f が定数関数であるとは，f の定義域の任意の要素 u と v とについて $f(u) = f(v)$ となることである．

関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の 1 次式で表されるとき，f を 1 次関数という．

特殊な関数として，関数の値が常に同じである関数を定数関数という．つまり，関数 f が定数関数であるとは，f の定義域の任意の要素 u と v とについて $f(u) = f(v)$ となることである．

関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の 1 次式で表されるとき，f を 1 次関数という．関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の 2 次式で表されるとき，f を 2 次関数という．

特殊な関数として，関数の値が常に同じである関数を定数関数という．つまり，関数 f が定数関数であるとは，f の定義域の任意の要素 u と v とについて $f(u) = f(v)$ となることである．

関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の 1 次式で表されるとき，f を 1 次関数という．関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の 2 次式で表されるとき，f を 2 次関数という．関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の 3 次式で表されるとき，f を 3 次関数という．

特殊な関数として，関数の値が常に同じである関数を定数関数という．つまり，関数 f が定数関数であるとは，f の定義域の任意の要素 u と v とについて $f(u) = f(v)$ となることである．

関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の 1 次式で表されるとき，f を 1 次関数という．関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の 2 次式で表されるとき，f を 2 次関数という．関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の 3 次式で表されるとき，f を 3 次関数という．一般に，自然数 n に対して，関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の n 次式で表されるとき，f を n 次関数という．

特殊な関数として，関数の値が常に同じである関数を定数関数という．つまり，関数 f が定数関数であるとは，f の定義域の任意の要素 u と v とについて $f(u)=f(v)$ となることである．

関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の 1 次式で表されるとき，f を 1 次関数という．関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の 2 次式で表されるとき，f を 2 次関数という．関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の 3 次式で表されるとき，f を 3 次関数という．一般に，自然数 n に対して，関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の n 次式で表されるとき，f を n 次関数という．関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の整式で表されるとき，f を有理整関数という．つまり，定数関数，1 次関数，2 次関数，$\cdots$ などを併せて有理整関数という．

特殊な関数として，関数の値が常に同じである関数を定数関数という．つまり，関数 f が定数関数であるとは，f の定義域の任意の要素 u と v とについて $f(u) = f(v)$ となることである．

関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の 1 次式で表されるとき，f を 1 次関数という．関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の 2 次式で表されるとき，f を 2 次関数という．関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の 3 次式で表されるとき，f を 3 次関数という．一般に，自然数 n に対して，関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の n 次式で表されるとき，f を n 次関数という．関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の整式で表されるとき，f を有理整関数という．つまり，定数関数，1 次関数，2 次関数，$\cdots$ などを併せて有理整関数という．更に，関数 f の値 $f(x)$ が独立変数 x の有理式で表されるとき，f を有理関数という．

関数のグラフを考える.

定義　関数 f のグラフとは，x が定義域の要素で $f(x)=y$ である実数 x と y との順序対 (x,y) の全体

$$\{\ (x,y) \mid x \text{ は定義域の要素で } f(x)=y\ \}$$

である.

$\boxed{\text{例}}$ 定義域が集合 $\{2,5,6\}$ である関数 f について，2 における値は 3 であり，5 における値は 1 であり，6 における値は 4 であるとする：

$$f(2)=3\ ,\quad f(5)=1\ ,\quad f(6)=4\ .$$

例 定義域が集合 $\{2,5,6\}$ である関数 f について，2 における値は 3 であり，5 における値は 1 であり，6 における値は 4 であるとする：

$$f(2)=3\ ,\quad f(5)=1\ ,\quad f(6)=4\ .$$

実数 x と y とについて，$f(x)=y$ である条件は，$(x,y)=(2,3)$ または $(x,y)=(5,1)$ または $(x,y)=(6,4)$ である．

$\boxed{\text{例}}$ 定義域が集合 $\{2,5,6\}$ である関数 f について，2 における値は 3 であり，5 における値は 1 であり，6 における値は 4 であるとする：

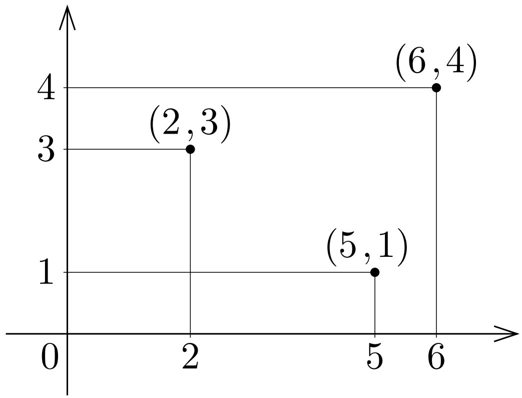
$$f(2)=3\ ,\quad f(5)=1\ ,\quad f(6)=4\ .$$

実数 x と y とについて，$f(x)=y$ である条件は，$(x,y)=(2,3)$ または $(x,y)=(5,1)$ または $(x,y)=(6,4)$ である．f のグラフは次の集合である：

$$\{(2,3),(5,1),(6,4)\}\ .$$

例 定義域が集合 $\{2,5,6\}$ である関数 f について，2 における値は 3 であり，5 における値は 1 であり，6 における値は 4 であるとする：

$$f(2)=3\ ,\quad f(5)=1\ ,\quad f(6)=4\ .$$



実数 x と y とについて，$f(x)=y$ である条件は，$(x,y)=(2,3)$ または $(x,y)=(5,1)$ または $(x,y)=(6,4)$ である．f のグラフは次の集合である：

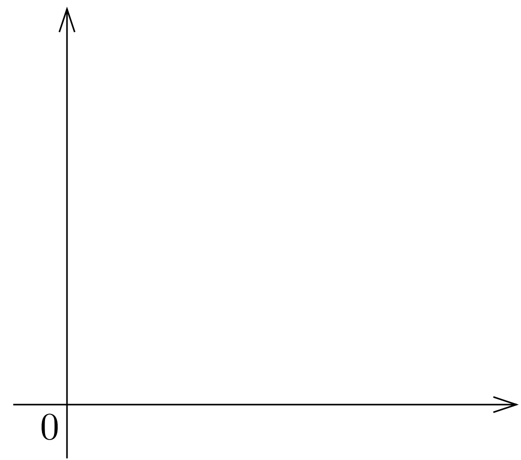
$$\{(2,3),(5,1),(6,4)\}\ .$$

座標平面において f のグラフを図示すると右図のようになる． 終

$\boxed{\text{問}7.1.2}$ 定義域が集合 $\{3,4,7\}$ である関数 f について，3 における値は 5 であり，4 における値は 2 であり，7 における値は 6 であるとする：

$$f(3)=5\ ,\quad f(4)=2\ ,\quad f(7)=6\ .$$

座標平面において f のグラフを図示せよ．



$\boxed{問7.1.2}$ 定義域が集合 $\{3,4,7\}$ である関数 f について，3 における値は 5 であり，4 における値は 2 であり，7 における値は 6 であるとする：

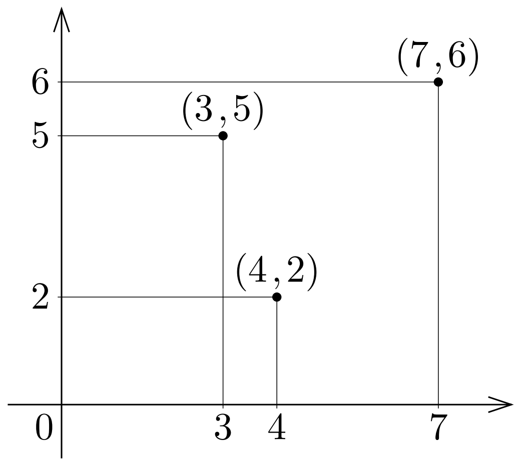
$$f(3) = 5\ ,\quad f(4) = 2\ ,\quad f(7) = 6\ .$$

座標平面において f のグラフを図示せよ.

f のグラフは集合

$$\{(3,5),(4,2),(7,6)\}$$

である.



$\boxed{\text{例}}$ 定義域が区間 $[1, 7]$ である関数 f を $f(x) = \dfrac{1}{2}x^2 - 3x + \dfrac{11}{2}$ と定める．f のグラフは，$1 \leq x \leq 7$ かつ $y = \dfrac{1}{2}x^2 - 3x + \dfrac{11}{2}$ である実数 x と y との順序対 (x, y) の全体

$$\left\{ (x, y) \;\middle|\; 1 \leq x \leq 7 \text{ かつ } y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{11}{2} \right\}$$

である．

例 定義域が区間 $[1,7]$ である関数 f を $f(x)=\frac{1}{2}x^2-3x+\frac{11}{2}$ と定める．f のグラフは，$1 \leq x \leq 7$ かつ $y=\frac{1}{2}x^2-3x+\frac{11}{2}$ である実数 x と y との順序対 (x,y) の全体

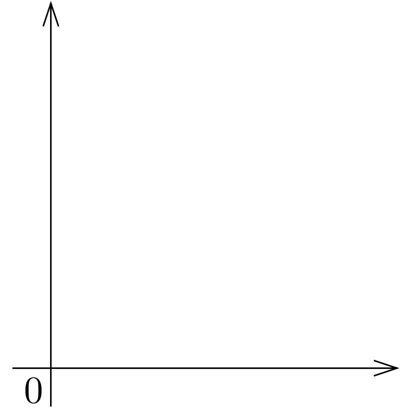
$$\left\{ (x,y) \;\middle|\; 1 \leq x \leq 7 \text{ かつ } y=\frac{1}{2}x^2-3x+\frac{11}{2} \right\}$$

である．よって，任意の実数 x,y について，

$$(x,y) \text{ が } f \text{ のグラフに属す} \iff 1 \leq x \leq 7 \text{ かつ } y=\frac{1}{2}x^2-3x+\frac{11}{2} \ .$$

座標平面において f のグラフを描くために $f(x)$ を表す 2 次式を平方完成する：

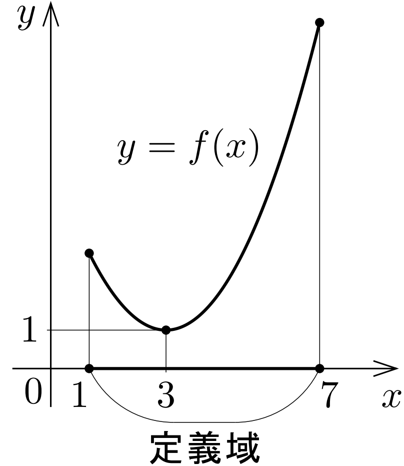
$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{11}{2} = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 1 \ .$$



座標平面において f のグラフを描くために $f(x)$ を表す 2 次式を平方完成する：

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{11}{2} = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 1\ .$$

関数 f の定義域は区間 $[1,7]$ なので，xy 座標平面において，f のグラフは x 座標が $1 \leq x \leq 7$ の範囲に制限された $y = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 1$ のグラフである．



終

関数 f および任意の実数 x と y について，

順序対 (x, y) が f のグラフに属す $\iff$ x は定義域の要素で $f(x) = y$ ．

$\boxed{\text{例}}$ 定義域が実数全体である関数 x^2 のグラフを G とおく．次のような実数 a を求める： $(2a-3\,,4a) \in G$ ．

$G = \{\ (x\,,y) \mid x^2 = y\ \}$ なので，

$$
\begin{aligned}
(2a-3\,,4a) \in G \quad &\iff \quad (2a-3\,,4a) \in \{\ (x\,,y) \mid x^2 = y\ \} \\
&\iff \quad (2a-3)^2 = 4a \\
&\iff \quad a^2 - 4a + \frac{9}{4} = 0 \\
&\iff \quad a = 2 \pm \frac{\sqrt{7}}{2}\ .
\end{aligned}
$$

$\boxed{\text{終}}$

$\boxed{問7.1.3}$ 定義域が実数全体である関数 x^3 のグラフを G とおく．次のような実数 a を求めよ： $(a-2\,,7a-20) \in G$ ．

$G = \{\ (x\,,y) \mid x^3 = y\ \}$ なので，

$$
\begin{aligned}
(a-2\,,7a-20) \in G \quad &\Longleftrightarrow \quad (a-2\,,7a-20) \in \{\ (x\,,y) \mid x^3 = y\ \} \\
&\Longleftrightarrow \\
&\Longleftrightarrow \\
&\Longleftrightarrow \\
&\Longleftrightarrow \quad a = \qquad \text{または } a = \qquad \text{または } a = \qquad .
\end{aligned}
$$

$\boxed{問7.1.3}$ 定義域が実数全体である関数 x^3 のグラフを G とおく．次のような実数 a を求めよ： $(a-2\,,7a-20)\in G$ ．

$G=\{\,(x\,,y)\mid x^3=y\,\}$ なので，

$$
\begin{aligned}
(a-2\,,7a-20)\in G \quad &\Longleftrightarrow \quad (a-2\,,7a-20)\in\{\,(x\,,y)\mid x^3=y\,\} \\
&\Longleftrightarrow \quad (a-2)^3=7a-20 \\
&\Longleftrightarrow \quad a^3-6a^2+5a+12=0 \\
&\Longleftrightarrow \quad (a+1)(a-3)(a-4)=0 \\
&\Longleftrightarrow \quad a=-1 \text{ または } a=3 \text{ または } a=4\ .
\end{aligned}
$$

$\boxed{終}$